

## Original Research Paper

# Hybrid Shaping of Reflector Antenna Surface in GEO Satellites Using B-Spline and Thin Plate Spline Functions

Salma Mirhadi<sup>1\*</sup> and Ali Hasani<sup>2</sup>

1. Department of Electrical Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran
2. Department of Electrical Engineering, Imam Hussein University, Tehran, Iran

**ARTICLE INFO****Article History:**

Received 24 September 2025

Revised 26 October 2025

Accepted 01 December 2025

Available Online 02 December 2025

**Keywords:**

B-spline functions

GEO satellite

Reflector antenna

Surface shaping

Thin plate spline functions


**ABSTRACT**

This paper presents a novel hybrid optimization approach that simultaneously employs B-spline and thin plate spline (TPS) basis functions for reflector surface shaping in geostationary (GEO) satellite antennas. In this method, the reflector perturbation is modeled as the sum of expansions of these two sets of basis functions, and their unknown coefficients are determined using a minimax optimization technique. Since TPS functions minimize the bending energy and produce smoother surfaces, while B-splines provide higher precision in radiation pattern shaping, the proposed hybrid approach achieves both surface smoothness and pattern accuracy. Simulation results show that, although the convergence speed and accuracy of the hybrid method are about 10% lower than those of the pure B-spline method, the surface bending energy is reduced by more than 90%, resulting in a much smoother and more uniform reflector surface. Furthermore, the RMS optimization error is approximately 60% lower compared to the pure TPS-based approach. These results confirm that the proposed method preserves radiation accuracy while providing a smoother, more stable, and fabrication-friendly surface, outperforming conventional shaping methods.

\* Corresponding Author's E-mail: [s.mirhadi@shariaty.ac.ir](mailto:s.mirhadi@shariaty.ac.ir)**How to Cite this Article:**

S. Mirhadi and A. Hasani, "Hybrid shaping of reflector antenna surface in GEO satellites using b-spline and thin plate spline functions," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. ??, No. ?, pp. 1-10, 2026, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jsst.2025.1600>.

**COPYRIGHTS**

© 2026 by the authors. Published by ARI. This article is an open access article distributed under the terms and  **OPEN ACCESS** conditions of [The Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



مقاله پژوهشی

# شکل دهی ترکیبی سطح آنتن بازتابنده در ماهواره GEO با استفاده از توابع بی اسپلاین و اسپلاین صاف نازک

سلما سادات میرهادی<sup>۱</sup> و علی حسینی<sup>۲</sup>

۱- استادیار، دانشکده فنی شریعتی، دانشگاه ملی مهارت، تهران، ایران  
۲- پژوهشگر، دانشکده برق، دانشگاه جامع امام حسین(ع)، تهران، ایران

## چکیده

## اطلاعات مقاله

در این مقاله، یک رویکرد ترکیبی بر پایه استفاده همزمان از توابع پایه بی اسپلاین و اسپلاین صاف نازک برای شکل دهی سطح آنتن بازتابنده در ماهواره های زمین ثابت (GEO) ارائه شده است. در این روش، اختلال سطح بازتابنده به صورت مجموع بسط های این دو تابع مدل سازی شده و ضرایب بسط با بهره گیری از روش بهینه سازی کمین بیش تعیین می شوند. از آنجا که توابع اسپلاین صاف نازک با کمینه سازی انرژی خمش موجب ایجاد سطحی هموارتر می شوند و توابع بی اسپلاین توانایی بالایی در تنظیم دقیق الگوی تشعشع دارند، ترکیب این دو تابع به سطحی هموار و در عین حال دقیق منجر می گردد. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که روش ترکیبی پیشنهادی، با وجود کاهش حدود ده درصد در سرعت همگرایی و دقت نسبت به روش بی اسپلاین، موجب کاهش بیش از نود درصد در انرژی خمش سطح و در نتیجه ایجاد سطحی به مراتب صاف تر، یکنواخت تر و از نظر ساخت پایدارتر می شود. همچنین، خطای ریشه میانگین مربعات (RMS) در فرآیند بهینه سازی در این روش حدود شصت درصد کمتر از روش مبتنی بر اسپلاین صاف نازک خالص به دست آمده است. این نتایج نشان می دهد که روش ارائه شده ضمن حفظ دقت الگوی تشعشع، سطحی هموارتر، کارا تر و از نظر ساخت، عملی تر و قابل اعتمادتر فراهم می کند و در مجموع نسبت به روش های متداول کارایی بالاتری دارد.

## تاریخچه مقاله:

دریافت ۰۲ مهر ۱۴۰۴  
بازنگری ۰۴ آبان ۱۴۰۴  
پذیرش ۱۰ آذر ۱۴۰۴  
اولین انتشار ۱۱ آذر ۱۴۰۴

## واژه های کلیدی:


آنتن بازتابنده  
توابع بی اسپلاین  
توابع اسپلاین صاف نازک  
شکل دهی سطح  
ماهواره GEO

پست الکترونیکی نویسنده مسئول: [s.mirhadi@shariaty.ac.ir](mailto:s.mirhadi@shariaty.ac.ir)

## How to Cite this Article:

S. Mirhadi and A. Hasani, "Hybrid shaping of reflector antenna surface in GEO satellites using b-spline and thin plate spline functions," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. ??, No. ?, pp. 1-10, 2026, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jsst.2025.1600>.

## COPYRIGHTS

© 2026 by the authors. Published by ARI. This article is an open access article distributed under the terms and  **OPEN ACCESS** conditions of [The Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



این توابع به تنهایی برای شکل‌دهی سطح استفاده شود، فرآیند همگرایی روش بهینه‌سازی کند می‌شود.

در این مقاله، به منظور ایجاد سطحی هموار و در عین حال دقیق برای آنتن بازتابنده، و همچنین کاهش نیاز به اعمال قیود پیچیده در فرآیند بهینه‌سازی، استفاده از ترکیب توابع بی‌اسپلاین و اسپلاین صفحه‌نازک پیشنهاد شده است. توابع بی‌اسپلاین به دلیل ماهیت محلی خود امکان کنترل دقیق و ناحیه‌ای بر شکل سطح را فراهم می‌کنند و در تنظیم دقیق الگوی تابش بسیار مؤثرند، در حالی که توابع اسپلاین صفحه‌نازک با کمینه‌سازی انرژی خمش موجب ایجاد سطحی پیوسته و هموار می‌شوند. بنابراین، ترکیب این دو نوع تابع باعث می‌شود تا در عین حفظ دقت در شکل‌دهی و تطبیق با الگوی تابش مطلوب، سطح نهایی از نظر پیوستگی، صافی و سهولت ساخت نیز بهینه باشد. موارد مذکور با استفاده از شبیه‌سازی شکل‌دهی آنتن بازتابنده برای پوشش‌دهی کشور برزیل مورد تحقیق قرار گرفته است. نتایج عددی نشان می‌دهد که روش ترکیبی پیشنهادی موجب بهبود قابل توجه در عملکرد بهینه‌سازی شده است. مقدار خطای RMS در بهینه‌سازی برای دستیابی به بهره ثابت در ایستگاه‌های انتخابی کشور برزیل به روش ترکیبی تا حدود ۶۰٪ کمتر از حالت استفاده منفرد از توابع اسپلاین صفحه‌نازک است. همچنین انرژی خمش سطح در روش ترکیبی در مقایسه با حالت استفاده تنها از توابع بی‌اسپلاین حدود ۹۰٪ کاهش یافته که نشان‌دهنده صافی و یکنواختی بیشتر سطح بازتابنده است. در مجموع، ترکیب مناسبی از توابع بی‌اسپلاین و توابع اسپلاین صفحه‌نازک تعادل بهینه‌ای میان دقت الگوریتم، همواری سطح و کارایی محاسباتی ایجاد کرده است.

## روند شکل‌دهی سطح آنتن بازتابنده

شکل ۱ روند نمای طراحی آنتن بازتابنده برای ماهواره‌های مستقر در مدار GEO نشان داده شده است. در این روند، ابتدا سطح اولیه آنتن با یک معادله پایه (مانند سهموی، بیضوی یا سایر هندسه‌های متداول) تعریف می‌گردد. سپس برای ایجاد انعطاف‌پذیری در شکل‌دهی سطح، اعوجاج‌های کنترل شده بر اساس توابع پایه نظیر بی‌اسپلاین یا اسپلاین صفحه‌نازک به سطح اولیه اعمال می‌شوند و ضرایب مجهول این توابع به عنوان متغیرهای طراحی تعریف می‌گردند. در مرحله بعد، پارامترها و قیود بهینه‌سازی تعیین می‌گردند؛ همچنین برای تحلیل بهره آنتن و ارزیابی مشخصات پرتوی آن از تقریب نور فیزیکی به کار گرفته می‌شود. در نهایت، یک الگوریتم بهینه‌سازی تکرار شونده اجرا می‌شود و ضرایب طراحی در هر مرحله اصلاح می‌گردند. این فرآیند تا رسیدن به همگرایی ادامه می‌یابد و در نهایت سطح بازتابنده بهینه‌ای که الزامات عملکردی مورد نظر را تأمین می‌کند حاصل می‌گردد.

## فهرست اختصارات

Thin-plate Spline	اسپلاین صفحه نازک
B-Spline	بی‌اسپلاین
Geostationary orbit (GEO)	مدار زمین ثابت
Physical Optic(PO)	نور فیزیکی
Minimax optimization method	روش بهینه‌سازی کمین بیش
Root Mean Square (RMS)	ریشه میانگین مربعات

## مقدمه

آنتن‌های بازتابنده شکل داده شده برای استفاده در مخابرات ماهواره و در مدار زمین ثابت (GEO) به منظور پوشش‌دهی یک منطقه جغرافیایی مشخص در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است [۱-۱۱]. برای طراحی اینگونه آنتن، سطح آنتن بازتابنده را متشکل از یک سطح پایه (مانند سطح سهمی‌گون) و یک سطح اختلال در نظر می‌گیرند. سطح اختلال به صورت بسطی از توابع متعامد با ضرایب مجهول در نظر گرفته می‌شود که با استفاده از بهینه‌سازی، ضرایب بسط برای رسیدن به اهداف طراحی تعیین می‌شود. اولین توابع متعامدی که برای شکل‌دهی سطح آنتن بازتابنده پیشنهاد شد توابع پایه زرنیک بود [۲]. علی‌رغم اینکه توابع زرنیک به خوبی سطح آنتن بازتابنده را شکل‌دهی کرده و پترن کانتور شده مناسب را ایجاد می‌کند اما به دلیل اینکه اختلال سرتاسری در سطح به وجود می‌آورند، اگر شکل‌دهی شدید مورد نیاز باشد، نوسانات زیاد و غیرضروری در سطح ایجاد می‌شود [۳]. از این رو، استفاده از توابع پایه بی‌اسپلاین پیشنهاد شد، زیرا این توابع به صورت موضعی اختلال در سطح ایجاد می‌کنند [۴، ۵]. با وجود اینکه استفاده از توابع بی‌اسپلاین تا حدودی نوسانات غیرضروری بر روی سطح آنتن را کنترل می‌کند اما باز هم به منظور سهولت در ساخت آنتن، استفاده از قیود بر روی انحنای سطح در فرآیند بهینه‌سازی اجتناب ناپذیر است. استفاده از ترکیب توابع پایه زرنیک و اسپلاین نیز با هدف دستیابی به شکل‌دهی دقیق‌تر در مرجع [۶] پیشنهاد شده که در آن به دلیل ملاحظات ساخت محدودیت بر روی انحنای سطح به عنوان قید در بهینه‌سازی لحاظ شده است. در مرجع [۷] نیز، استفاده از توابع بی‌اسپلاین تنظیم‌پذیر برای ایجاد سطح شکل داده شده هموار پیشنهاد شده است که البته آن روش هم منجر به افزایش حجم محاسبات می‌شود. در مرجع [۱۲]، در فرآیند شکل‌دهی سطح آنتن بازتابنده، استفاده از توابع اسپلاین صفحه‌نازک پیشنهاد شده است، زیرا این توابع دارای مشتقات پیوسته بوده و این ویژگی را دارند که میزان تابعی مربوط به همواری سطح را کمینه می‌کنند. در نتیجه سطح به دست آمده با این توابع پایه هموارتر از بقیه توابع است و دارای تغییرات ناگهانی نیست. اما اگر

### تعریف سطح پایه

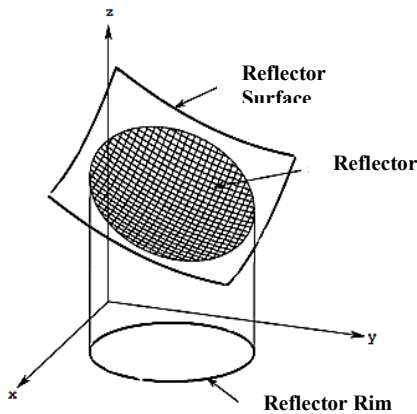
یک آنتن بازتابنده در حالت کلی در شکل ۲ نشان داده شده است. این آنتن از یک سطح تشکیل شده است که معادله آن به صورت بیضوی، سهموی، هذلولی و ... با معادله  $Z = F(x, y)$  قابل تعریف است. این سطح توسط یک استوانه همانند شکل برش داده شده و سطح مقطع استوانه در صفحه  $xy$  لبه آنتن را تشکیل می‌دهد که می‌تواند دایره، بیضی، مستطیل و ... باشد. برای سطح با معادله سهموی رابطه زیر را داریم:

$$z = \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{4f} + z_0 \quad (1)$$

که  $f$  فاصله کانونی و نقطه  $(x_0, y_0, z_0)$  نقطه دلخواه برای راس آنتن است. شکل ۳ این آنتن را به صورت دوبعدی و در صفحه  $xz$  نشان می‌دهد. در این شکل فرض شده منحنی لبه، یک دایره با قطر  $D$  است که مرکز آن تا محل تغذیه در نقطه  $O$  و در راستای محور  $x$ ، به اندازه  $H$  فاصله دارد. پارامتر  $H$  را میزان آفست گویند و برای جلوگیری از انسداد آنتن توسط تغذیه، از این نوع ساختار استفاده شده است.

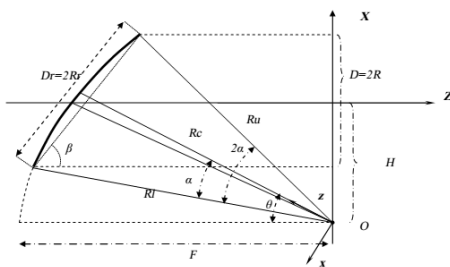
قدم اول طراحی این آنتن تعیین سه پارامتر مهم قطر، فاصله کانونی و میزان آفست است. با توجه به نیازمندی مربوط به دستیابی به عدد بیشینه بهره و با توجه به محدودیت فضای روی ماهواره می‌توان این پارامترها را به صورت زیر تعیین کرد.  
میزان فاصله کانونی با سه معیار زیر تعیین می‌شود:

- کاهش فاصله کانونی منجر به افزایش سطح پلاریزاسیون متعامد میشود.
- افزایش نسبت  $F/D$  مقدار بهره بیشینه را افزایش می‌دهد.
- به دلیل سهولت در باز و بسته کردن آنتن و قرار گرفتن تغذیه در داخل آنتن بعد از بستن آن، بهتر است فاصله کانونی از قطر اصلی آنتن کمتر در نظر گرفته شود.
- در تعیین میزان آفست نیز دو مورد زیر در نظر گرفته شده است:
- افزایش میزان  $H$  منجر به افزایش سطح پلاریزاسیون متعامد می‌شود.
- کاهش  $H < D/2$  منجر به سدشدگی در آنتن شده و راندمان کاهش می‌یابد.



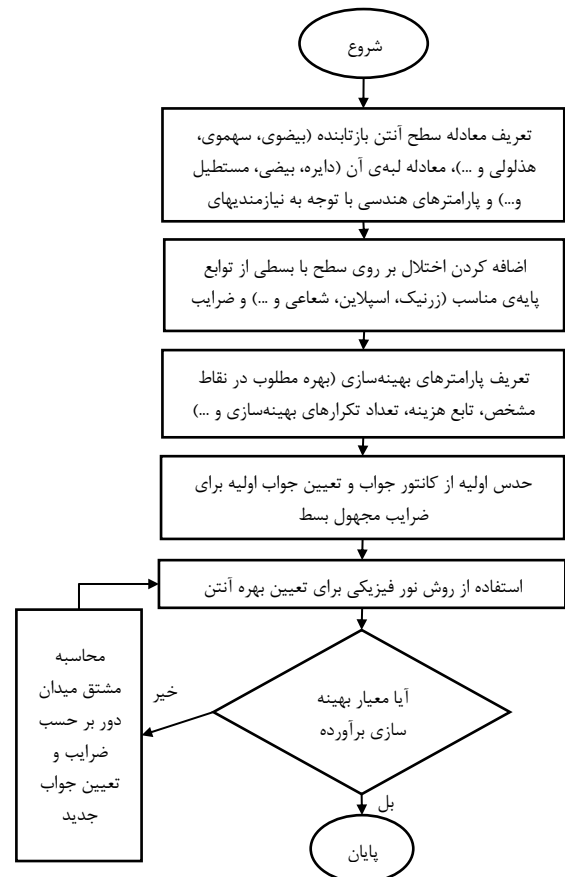
شکل ۲- ساختار کلی یک آنتن بازتابنده [۷].

Fig. 2. General structure of a reflector antenna [7].



شکل ۳- هندسه آنتن بازتابنده دارای آفست و پارامترهای طراحی آن.

Fig. 3. Geometry of the offset reflector antenna and its design parameters.



شکل ۱- روند نمای مراحل طراحی آنتن بازتابنده شکل داده شده برای کاربرد در ماهواره GEO.

Fig. 1. Flowchart of the shaped reflector antenna design process for GEO satellite applications.

## تعریف اختلال بر روی سطح

به‌منظور دستیابی به الگوی تشعشی مورد نظر، سطح آنتن بازتابنده را می‌توان ترکیبی از یک سطح مرجع با معادله تحلیلی مشخص و یک سطح اصلاحی در نظر گرفت. در این مقاله، سطح پایه با معادله (۱) به‌صورت سهموی فرض شده و مؤلفه اختلال به‌صورت زیر به آن افزوده شده است:

$$z = \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{4F} + \Delta z(\alpha) \quad (2)$$

این اختلال معمولاً به کمک بسطی از توابع پایه متعامد با ضرایب ناشناخته ( $\alpha$ ) مدل‌سازی می‌شود و مقادیر ضرایب از طریق فرآیند بهینه‌سازی تعیین می‌گردند تا خواسته‌های طراحی برآورده شوند.

یکی از روش‌های متداول و دقیق برای نمایش اختلال، استفاده از توابع بی‌اسپلین است که فرم کلی آن به‌صورت زیر است [۴]:

$$\Delta z(\alpha) = \sum_m \sum_n \alpha_{mn} B_m(x) B_n(y) \quad (3)$$

در این معادله،  $B_m(x)$  و  $B_n(y)$  به‌ترتیب نمایانگر توابع بی‌اسپلین مرتبه سوم در راستای  $x$  و  $y$  هستند و ضرایب بسط  $\alpha_{mn}$  نیز پارامترهایی‌اند که در جریان بهینه‌سازی مقداردهی می‌شوند. روش دیگر، بهره‌گیری از توابع پایه اسپلین صفحه نازک است که بر اساس بسط در رابطه زیر تعریف می‌شود [۱۲]:

$$\Delta z(\alpha) = \sum_j \alpha_j \psi_j \left( \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} \right) \quad (4)$$

در این حالت، تابع پایه  $\psi_j(d)$  طبق رابطه زیر تعیین شده و وابسته به فاصله نقطه دلخواه از گره انتخابی  $(x_i, y_i)$  محاسبه می‌گردد [۱۲]:

$$\psi_j(d) = d^2 \log d \quad (5)$$

$$d = |r - r_j| = \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} \quad (6)$$

استفاده از این توابع باعث می‌شود که معیار صافی سطح یا همان انرژی خمش به حداقل برسد [۱۲].

در مدل‌سازی اختلال سطح بازتابنده با اسپلین صفحه نازک، گره‌ها به‌صورت خودکار بر روی صفحه متناظر با دهانه بازتابنده (صفحه  $xy$ ) انتخاب شده‌اند. در این ناحیه، گره‌ها با تعریف یک شبکه منظم با ابعاد  $m \times n$  ایجاد شده و تنها نقاط واقع در محدوده فیزیکی دهانه (داخل منحنی لبه) به‌عنوان گره‌های TPS در نظر گرفته شده‌اند.

ترکیب اختلال سطح با توابع بی‌اسپلین و اسپلین صفحه نازک این امکان را فراهم می‌کند که ناهمواری‌های سطحی کاهش یافته و سطح بازتابنده با دقت بیشتری به شکل مطلوب درآید.

## تقریب نور فیزیکی و روش بهینه‌سازی کمین‌بیش

برای تحلیل میدان در آنتن‌های بازتابنده از روش مرسوم نور فیزیکی (PO) استفاده می‌شود. در این روش، ابتدا، جریان القایی روی سطح بازتابنده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\vec{J} = 2\vec{n} \times \vec{H}_{inc} \quad (7)$$

که در آن  $\vec{n}$  بردار یکه عمود بر سطح است که از سطح روشن شده توسط تغذیه خارج می‌شود.  $\vec{H}_{inc}$ ، میدان مغناطیسی تابشی است. سپس میدان ناحیه دور از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\vec{E}_{far} = -\frac{j\eta k}{4\pi} \iint_B (\vec{J}(\vec{r})) - (\vec{J} \cdot \hat{r})\hat{r} e^{-jk\vec{r} \cdot \hat{r}} d\vec{s} \quad (8)$$

در این رابطه  $k$  عدد موج و  $\eta$  امپدانس سطح است. در عمل از یک آنتن هورن شیاردار به‌عنوان تغذیه استفاده می‌شود. پرتو این آنتن با مدل بیم گوسی به‌خوبی قابل توصیف است. در طراحی‌های بدون شکل‌دهی میزان تیپر بیم در لبه‌های آنتن بازتابنده به‌طور معمول 10 dB- و یا 12 dB- استفاده می‌شود. اما در طراحی‌های با شکل‌دهی بهتر است این میزان کمتر باشد (حدود 15 dB- و یا 18 dB-) تا نوسانات بر روی بهره در منطقه پوشش کاهش یابد. این تغذیه به‌صورت یک منبع نقطه‌ای با پلاریزاسیون خطی در فاصله کانونی  $F$  از مرکز بازتابنده قرار داده می‌شود. اثرات پراکندگی ثانویه و کوپل متقابل میان تغذیه و آنتن در این مدل لحاظ نشده‌اند. این فرضیات برای تحلیل اولیه و ارزیابی الگوریتم بهینه‌سازی کفایت دارند.

همانگونه که در بخش قبل گفته شد، برای رسیدن به الگوی تشعشی مطلوب، سطح آنتن ترکیبی از یک سطح پایه تحلیلی و یک سطح اختلال در نظر گرفته می‌شود. ضرایب اختلال ناشناخته‌اند و باید از طریق بهینه‌سازی محاسبه شوند. در این مقاله از روش بهینه‌سازی کمین‌بیش استفاده می‌شود. در این روش، برای هر نقطه نمونه در محدوده پوشش‌دهی آنتن، باقیمانده‌ای بین بهره مطلوب و بهره محاسبه‌شده با معادله زیر تعریف می‌شود [۱۳]:

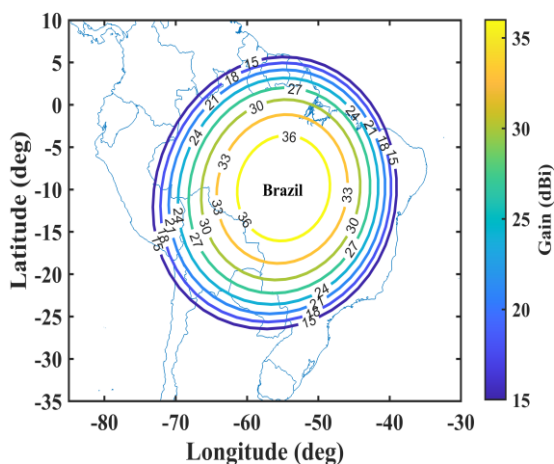
$$r(\alpha)_i = w_i \frac{g_i - f_i(\alpha)}{g_i} \quad (9)$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial \alpha_i} = -\frac{j\eta k}{2\pi} \iint \left( \frac{\partial \bar{N}}{\partial \alpha_i} + jk \cos \theta \frac{\partial \bar{Z}}{\partial \alpha_i} \bar{N} \right) \cdot (\bar{H}_i \times \hat{p}) e^{jk\bar{r} \cdot r} d_x d_y \quad (14)$$

که  $p = \theta$  or  $\varphi$  و  $\bar{N}$  بردار عمود بر سطح بازتابنده است. به این ترتیب، مسئله طراحی به یک مسئله بهینه‌سازی تبدیل می‌شود که در آن باید این باقیمانده‌ها کمینه شوند.

### نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت پوشش‌دهی کشور برزیل از مدار GEO با استفاده از شکل‌دهی آنتن بازتابنده در فرکانس 10 GHz شبیه‌سازی شده است. با توجه به محدوده طول جغرافیایی این کشور، نقطه مداری ماهواره GEO، ۴۰ درجه غربی در نظر گرفته شده است. تعداد ایستگاه‌های داخل این کشور برابر ۱۷۴ نقطه با وزن ۱ و بهره مطلوب ۳۰ dB در نظر گرفته می‌شود. قطر آنتن بازتابنده برابر ۱ متر، فاصله کانونی آن ۰/۶ متر و میزان آفست نیز برابر ۰/۶ متر انتخاب شده است. کدهای مربوط به روش بهینه‌سازی و همچنین تقریب نور فیزیکی در محاسبه میدان‌های تشعشی در محیط متلب نوشته شده است. شکل ۴ کانتورهای بهره آنتن بازتابنده بدون شکل‌دهی بر روی زمین را نشان می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود در مرکز کشور برزیل بهره dB ۳۶ است و به تدریج تا مرزهای این کشور بهره به ۱۵ dB افت می‌کند که با بهره مطلوب فاصله دارد.



شکل ۴- کانتورهای بهره آنتن بازتابنده بدون شکل‌دهی برای پوشش کشور برزیل.

Fig. 4. Contour plots of the reflector antenna gain without shaping for the coverage of Brazil.

که در رابطه بالا  $w_i$  وزن در نظر گرفته شده برای هر نقطه،  $g_i$  مقدار بهره‌مطلوب در آن نقطه و  $f_i(\alpha)$  بهره به دست آمده در هر تکرار برای آن نقطه است. هدف اصلی در بهینه‌سازی، کاهش حداکثر این باقیمانده‌ها است؛ رویکردی که به آن روش کمین بیش گفته می‌شود [۱۳، ۱۴].

$$\min_{\alpha} \max_i r_i(\alpha) \quad (10)$$

به منظور حل کارتر این مسئله، از فرایند خطی‌سازی استفاده می‌شود. ابتدا تابع جدیدی با رابطه زیر تعریف شده [۱۳]:

$$y = \max_i r_i(\alpha) \quad (11)$$

که کمینه شدن این تابع هدف اصلی است. برای دستیابی به این هدف مشابه روش نیوتن یک تقریب خطی از تابع حول یک جواب اولیه در نظر گرفته شده با این قید که مقدار متغیرها از مقدار معین  $\lambda^k$  تجاوز نکند، بنابراین داریم [۱۳]:

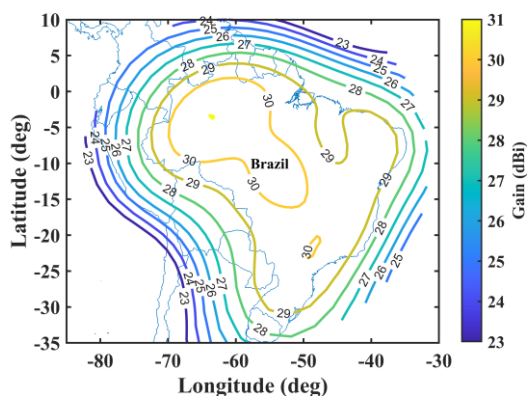
$$y = \max_i \{r_i(\alpha^k) + J^k \Delta \alpha\} \quad (12)$$

که  $J^k$  ماتریس گرادیان باقیمانده‌ها نسبت به متغیرهای بهینه‌سازی است.  $\lambda^k$  به صورتی در مسئله تعیین می‌شود که همگرایی تضمین شود. در نهایت مسئله بهینه‌سازی به صورت زیر تبدیل می‌شود [۱۳]:

$$\begin{aligned} & \underset{\Delta \alpha}{\text{minimize}} && y \\ & \text{subject to} && r^k + J^k \Delta \alpha < y \\ & && \Delta \alpha \leq \lambda^k \end{aligned} \quad (13)$$

که با الگوریتم‌های خطی موجود قابل حل است.

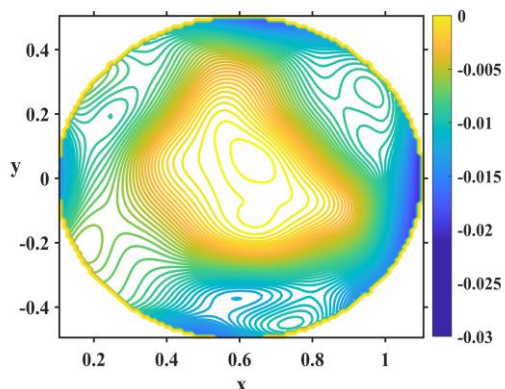
برای محاسبه ماتریس گرادیان  $J^k$  نسبت به متغیرهای بهینه‌سازی نیاز است که گرادیان میدان دور از رابطه (۸) نسبت به ضرایب سطح محاسبه شود. یکی از نقاط قوت این روش آن است که امکان استخراج این گرادیان به صورت تحلیلی وجود دارد. در واقع، برخلاف رویکردهای عددی، در اینجا تغییرات میدان نسبت به ضرایب مستقیماً و با دقت بالا محاسبه می‌گردد. این موضوع باعث می‌شود الگوریتم همگرایی سریع‌تری داشته و نتایج پایدارتری تولید کند، به‌ویژه زمانی که مقدار اولیه ضرایب، مناسب انتخاب شده باشد. رابطه کلیدی که پایه این خطی‌سازی را تشکیل می‌دهد، در معادله (۱۴) ارائه می‌شود. این رابطه بیان می‌کند که تغییرات میدان دور را می‌توان به صورت خطی برحسب ضرایب سطح اختلال تقریب زد. بنابراین، معادله (۱۴) نقش محوری در فرایند بهینه‌سازی دارد و مبنای اصلاح ضرایب در هر گام تکرار محسوب می‌شود [۴].



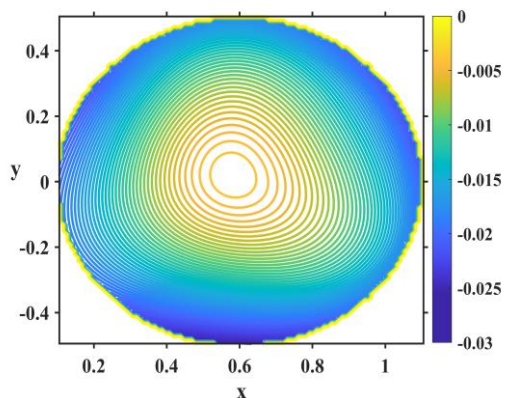
(C)

شکل ۵- کانتورهای بهره آنتن بازتابنده شکل داده شده بر روی زمین با استفاده از توابع پایه (الف) بی‌اسپلاین، (ب) اسپلاین صاف نازک و (ج) ترکیب توابع بی‌اسپلاین و اسپلاین صاف نازک.

Fig. 5. Contour plots of the shaped reflector antenna gain on the Earth using the basis functions: (a) B-spline, (b) thin plate spline, and (c) the combination of B-spline and thin plate spline functions

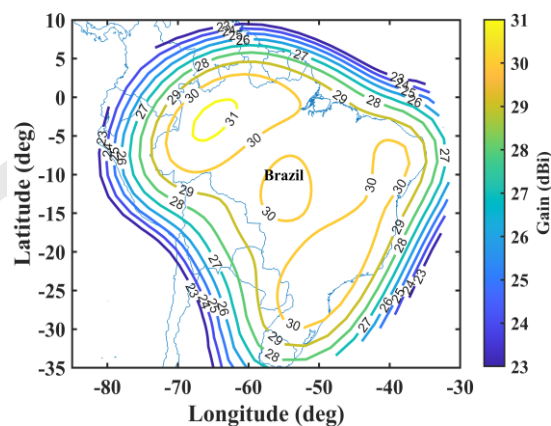


(A)

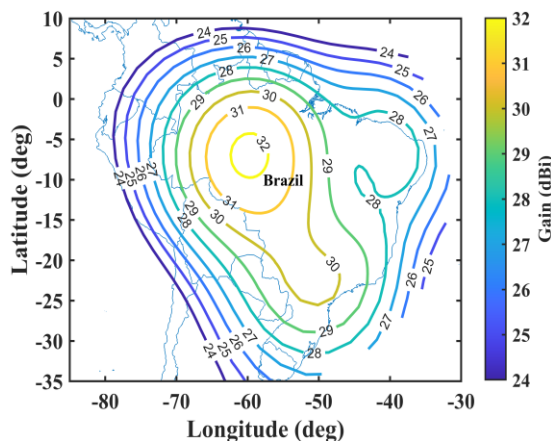


(B)

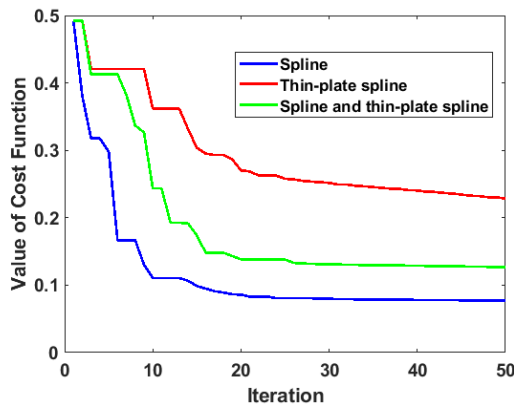
بهینه‌سازی با در نظر گرفتن اختلال بر روی سطح آنتن بازتابنده با بسط‌های روابط (۳) و (۴) و ضرایب مجهول با هدف دستیابی به بهره ۳۰ تا ۵۰ dB تکرار انجام شده است. در مرحله اول فقط توابع بی‌اسپلاین از رابطه (۳) با در نظر گرفتن ۱۰۰ ضریب مجهول انجام می‌شود. در مرحله دوم فقط توابع اسپلاین صاف نازک از رابطه (۴) و با ۱۰۰ ضریب مجهول انجام می‌شود و در مرحله آخر ترکیب دو رابطه با ۶۴ ضریب مجهول برای چندجمله‌ای‌های بی‌اسپلاین و ۳۶ ضریب مجهول برای اسپلاین صاف نازک انجام می‌شود. نتایج شبیه‌سازی و کانتورهای پترن به دست آمده در هر حالت در شکل ۵ نشان داده شده است. برای توابع بی‌اسپلاین و ترکیب توابع بی‌اسپلاین و اسپلاین صاف نازک شکل‌دهی پترن با ۵۰ تکرار به خوبی انجام شده است و کل کشور با بهره حدود ۲۹ dB پوشش داده می‌شود. اما در حالتی که فقط توابع اسپلاین صاف نازک استفاده شده است شکل‌دهی به خوبی انجام نمی‌شود.



(A)



(B)



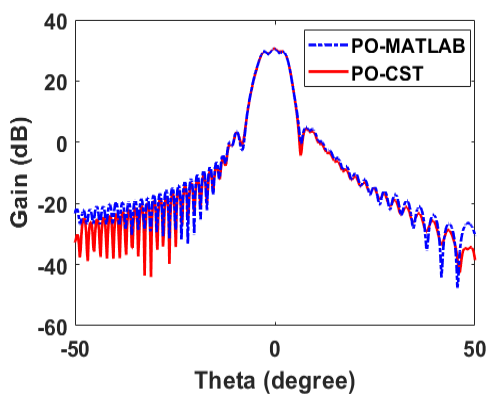
شکل ۷- همگرایی مقدار تابع هزینه بهینه‌سازی بر حسب تعداد تکرار برای توابع پایه مختلف.

Fig. 7. Convergence of the optimization cost function versus the number of iterations for different basis functions.

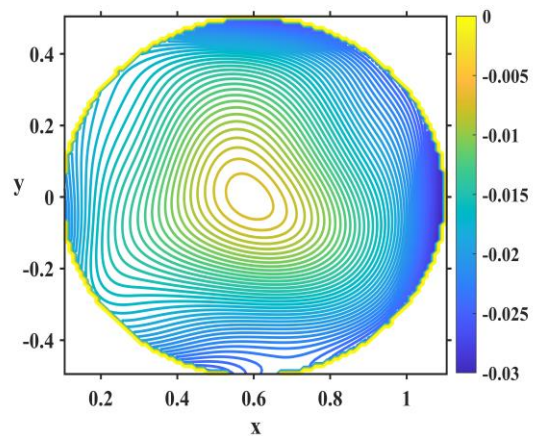
جدول ۱- ارزیابی کمی عملکرد روش‌های مختلف شکل‌دهی سطح بر اساس RMS، انرژی خم‌شدگی و بهره متوسط.

Table 1. Quantitative evaluation of different surface shaping methods based on RMS error, bending energy, and average gain.

	تعداد توابع بی‌اسپلاین	تعداد توابع اسپلاین صفحه نازک	RMS	انرژی خم‌شدگی	متوسط بهره
1	100	0	47.46	7883	30.03
2	64	36	55.12	439.2	29.72
3	36	64	107.5	389.93	29.67
4	0	100	127.73	211.06	29.66



(A)



(C)

شکل ۶- توزیع اختلال ایجادشده بر روی سطح آنتن بازتابنده بر اساس توابع پایه (الف) بی‌اسپلاین، (ب) اسپلاین صفحه نازک و (ج) ترکیب توابع بی‌اسپلاین و اسپلاین صفحه نازک.

Fig. 6. Distribution of the surface perturbation on the reflector antenna based on the basis functions: (a) B-spline, (b) thin plate spline, and (c) the combination of B-spline and thin plate spline functions.

شکل ۶ اعوجاج ایجاد شده بر روی سطح بازتابنده را در سه حالت نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در حالت اول که تنها توابع بی‌اسپلاین به کار رفته‌اند، بیشترین ناهمواری و اعوجاج بر روی سطح ایجاد می‌شود. در حالت دوم که فقط از توابع اسپلاین صفحه نازک استفاده شده، سطح بازتابنده بسیار هموارتر و یکنواخت‌تر است. در نهایت، مطابق شکل ۶-ج، هنگامی که اختلال سطح به صورت ترکیبی از دو تابع پایه در نظر گرفته شده، میزان اعوجاج در سطح بین دو حالت قبلی قرار گرفته و سطحی نسبتاً هموار حاصل می‌گردد. این مقایسه نشان می‌دهد که روش ترکیبی می‌تواند بین دقت شکل‌دهی پترن و همواری سطح تعادل ایجاد کند.

در شکل ۷ روند همگرایی بهینه‌سازی برای سه حالت مختلف نمایش داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در حالتی که تنها توابع بی‌اسپلاین بر روی سطح لحاظ شده‌اند، سرعت همگرایی بسیار بالا بوده و جواب به سرعت پایدار می‌شود. در مقابل، در حالتی که فقط توابع اسپلاین صفحه نازک مورد استفاده قرار گرفته‌اند، فرآیند همگرایی بسیار کند است. در نهایت، در حالت ترکیبی از دو تابع پایه، سرعت همگرایی در سطحی قابل قبول به دست آمده و تعادلی میان دقت شکل‌دهی و همواری سطح ایجاد می‌شود.

محاسبه الگوی تشعشع استفاده گردید. تغذیه آنتن نیز به صورت منبع میدان دور با الگوی گوسی مدل‌سازی شد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی CST با نتایج حاصل از کدنویسی روش نور فیزیکی در MATLAB در شکل ۸ مقایسه شده که انطباق بسیار خوبی میان آن دو مشاهده می‌شود.

### نتیجه‌گیری

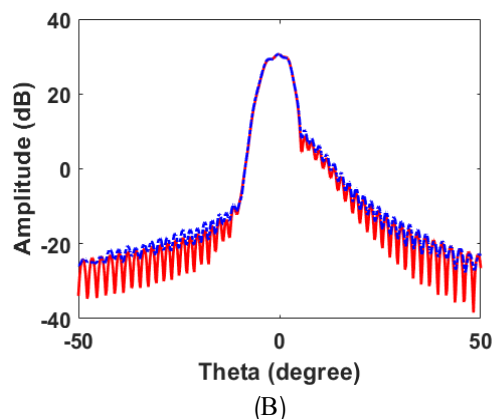
در این مقاله رویکردی نوین برای شکل‌دهی سطح آنتن بازتابنده ارائه شد که بر پایه استفاده ترکیبی از توابع بی‌اسپلین و اسپلین صفحه نازک است. این ترکیب موجب شد سطح نهایی آنتن ضمن برخورداری از دقت هندسی بالا، از صافی و یکنواختی بیشتری نیز بهره‌مند گردد. کاهش اعوجاجات و نوسانات سطحی علاوه بر بهبود عملکرد الگوی تشعشعی، مزایای قابل توجهی در فرآیند ساخت و پیاده‌سازی آنتن فراهم می‌آورد. نتایج به‌دست آمده نشان داد که اگرچه سرعت همگرایی و دقت این روش حدود ده درصد کمتر از حالتی است که تنها توابع بی‌اسپلین به‌کار گرفته شوند، اما میزان انرژی خمش سطح به‌دست‌آمده حدود ده برابر کمتر و در نتیجه سطح صافتر است. در واقع، این رویکرد یک توازن بهینه بین صافی سطح، دقت شکل‌دهی و کارایی محاسباتی ایجاد می‌کند. به‌طور کلی، می‌توان نتیجه گرفت که استفاده همزمان از این دو نوع تابع پایه، روشی کارآمد برای طراحی و شکل‌دهی آنتن‌های بازتابنده به‌ویژه در کاربردهای ماهواره GEO است. این روش علاوه بر تضمین کیفیت تشعشعی، امکان‌پذیری ساخت آنتن را نیز به‌طور محسوسی افزایش می‌دهد.

### تعارض منافع

هیچگونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.

### مراجع

- [1] S. Landeros, R. Neri, and R. Samano, "A tutorial on the synthesis of single shaped reflectors in C, Ku and Ka bands," *Electromagnetics*, vol. 26, no. 2, pp. 131-154, 2006, <https://doi.org/10.1080/02726340500486476>.
- [2] D. W. Duan and Y. Rahmat-Samii, "A generalized diffraction synthesis technique for high performance reflector antennas," *IEEE Transaction Antennas and Propagation*, vol. 43, no. 1, pp. 27-39, 1995, <https://doi.org/10.1109/8.366348>.
- [3] B. Xiang, C. Wang, and P. Lian, "Effect of surface error distribution and aberration on electromagnetic performance of a reflector antenna," *International*



شکل ۸- مقایسه الگوی تشعشعی آنتن بازتابنده شکل داده شده با استفاده از کدنویسی روش نور فیزیکی در محیط متلب و شبیه‌سازی با نرم‌افزار CST (الف) صفحه  $\varphi = 0^\circ$ ، (ب) صفحه  $\varphi = 90^\circ$ .

Fig. 7. Comparison of the shaped reflector antenna radiation pattern obtained using a PO code developed in MATLAB and simulated in CST Microwave Studio. (a)  $\varphi = 0^\circ$ , (b)  $\varphi = 90^\circ$ .

جدول ۱ مقایسه کمی عملکرد روش‌های مختلف شکل‌دهی سطح را از نظر خطای RMS در بهینه‌سازی، انرژی خمش و بهره متوسط نشان می‌دهد. بر اساس مقادیر جدول ۱، مشاهده می‌شود که استفاده تنها از توابع بی‌اسپلین منجر به کمترین خطای شکل‌دهی (RMS=47.46) شده است، اما انرژی خمش بسیار بالایی دارد (حدود ۷۸۸۳) که نشان‌دهنده نوسان زیاد سطح و کاهش یکنواختی آن است. در مقابل، روش مبتنی بر اسپلین صفحه نازک با وجود صافی بیشتر سطح (کاهش انرژی خمش تا حدود ۷۳٪ نسبت به حالت اول)، دارای بیشترین خطا (RMS=127.73) و کاهش بهره است. در روش‌های ترکیبی، به‌ویژه در حالت دوم (استفاده از ۶۴ تابع بی‌اسپلین و ۳۶ تابع اسپلین صفحه نازک)، بین دقت و صافی سطح تعادل بهینه‌ای برقرار شده است؛ به‌طوری‌که مقدار RMS تنها حدود ۱۶٪ بیشتر از حالت اول است، در حالی‌که انرژی خمش بیش از ده برابر کاهش یافته است. این موضوع نشان می‌دهد که ترکیب دو نوع تابع پایه باعث دستیابی به سطحی با صافی بالا و دقت قابل قبول می‌شود. در نتیجه، می‌توان گفت که حالت دوم بهترین عملکرد کلی را از نظر تعادل بین دقت هندسی و یکنواختی سطح دارد و نسبت به سایر حالت‌ها گزینه بهینه‌تری برای شکل‌دهی سطح محسوب می‌شود.

برای اعتبارسنجی نتایج روش پیشنهادی، سطح آنتن بازتابنده شکل داده شده در حالت ترکیبی (شامل ۶۴ تابع بی‌اسپلین و ۳۶ تابع اسپلین صفحه نازک)، از محیط MATLAB به‌صورت فایل سه‌بعدی با فرمت STL به نرم‌افزار CST Microwave Studio منتقل شد. در این نرم‌افزار، از تحلیل Asymptotic Solver مبتنی بر روش PO برای

- multiplication for array-fed reflector or lens antennas," *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 14, no.7, pp. 328–330, 2004, <https://doi.org/10.1109/LMWC.2004.829268>.
- [10] F. Vipiana, G. Vecchi, and M. Sabbadini, "A multiresolution approach to contoured-beam antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 55, no. 3, pp. 684–697, 2007, <https://doi.org/10.1109/TAP.2007.891567>.
- [11] H. T. Chou, Y. T. Hsiao, P. H. Pathak, P. Nepa, and P. Janpugdee, "A fast DFT planar array synthesis tool for generating contoured beams," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 3, pp. 287–290, 2004, <https://doi.org/10.1109/LAWP.2004.837504>.
- [12] S. Mirhadi, A. Hasani, and E. Kohhkan, "Smooth shaping of reflector antennas using radial basis functions for use in GEO satellite orbit," *Radar*, vol. 11, no. 1, pp. 15-22, 2023, (in Persian).
- [13] K. Madsen, "An algorithm for minimax solution of overdetermined systems of non-linear equations," *IMA Journal of Applied Mathematics*, vol. 16, no. 3, pp. 321-328, 1975, <https://doi.org/10.1093/imamat/16.3.321>.
- [14] S. Mirhadi, I. Aryanian, and A. Hasani, "Design of shaped dual reflector antenna using minimax optimization," *Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers*, vol. 18, no. 3, pp. 21–28, 2021, (in Persian), <https://doi.org/10.52547/jiaeee.18.3.21>.
- Journal of Antennas and Propagation*, vol. 2019, no. 1, 2019, Art. no. 5062545, <https://doi.org/10.1155/2019/5062545>.
- [4] B. Pinsard, D. Renaud, and H. Diez, "New surface expansion for fast PO synthesis of shaped reflector antennas," in *10<sup>th</sup> Tenth International Conference on Antennas and Propagation*, Edinburgh, UK, 1997, <https://doi.org/10.1049/cp:19970200>.
- [5] Y. Ban, C. S. Wang, C. S. Feng, W. Wang and B. Y. Duan, "B-spline surface fitting and simplified GO/PO analysis of subreflector correction for large cassegrain antenna distortion compensation," *Research in Astronomy and Astrophysics*, vol. 18, no. 7, 2018, Art. no. 079, <https://doi.org/10.1088/1674-4527/18/7/79>.
- [6] R. C. Gupta, S. K. Sagi, K. P. Raja, N. K. Sharma, and R. Jyoti, "Shaped prime-focus reflector antenna for satellite communication," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 6, pp. 1945–1948, 2017, <https://doi.org/10.1109/LAWP.2017.2689800>.
- [7] S. Mirhadi and I. Aryanian, "Reflector antenna shaping by regularized B-spline in conjunction with one-sided least square optimization," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 63, no. 10, pp. 2640-2645, 2021, <https://doi.org/10.1002/mop.32956>.
- [8] S. L. Avila, W. P. Crapes, and J. A. Vasconcelos, "Optimization of an offset reflector antenna using genetic algorithms," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 40, no. 2, pp. 1256-1259, 2004, <https://doi.org/10.1109/TMAG.2004.825313>.
- [9] Y. X. Zhang, J. M. Fu, and W. B. Wang, "Frequency-domain principle of pattern