

Original Research Paper

A Fixed-time Stable Output Feedback Non-singular Fast Terminal Sliding Mode Design for Attitude Control of a Rigid Spacecraft Considering External Disturbances and System Uncertainties

Hamed Soleymani , Majid Bakhtiari , and Jalil Beyramzad

Department of Satellite Technology Engineering, Faculty of New Technologies, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

ABSTRACT

Article History

Receive 23 March 2025

Revise 07 May 2025

Accept 01 June 2025

Available Online 15 July 2025

Keywords

Spacecraft

Universally robust exact differentiator (URED) observer

Attitude control

Fixed time stable

Nonsingular terminal sliding mode

This study introduces a novel spacecraft attitude control framework designed to operate reliably under uncertainties and external disturbances. At its core lies a dual-component strategy: a controller and a disturbance observer, both engineered for fixed-time convergence. Unlike conventional finite-time methods, where stabilization speed depends on initial conditions, this approach guarantees a preset stabilization window, tunable via controller parameters giving engineers precise command over performance timelines. By modeling spacecraft attitude dynamics using modified Rodriguez parameters (MRP), the system is cast into a second-order nonlinear structure. A non-singular terminal sliding surface is developed to enforce fixed-time convergence, enabling the derivation of robust control inputs. To address real-world unpredictability, a universally robust exact differentiator (URED) observer estimates and neutralizes disturbances within the same fixed timeframe, ensuring seamless compensation. Stability is validated using Lyapunov theory, while comparative simulations against existing methods demonstrate that the proposed framework achieves faster convergence and superior tracking accuracy for both controller and observer. These advancements set it as a promising solution for critical space missions requiring rapid, precise attitude control, such as satellite docking or deep-space exploration.

* Corresponding Author's E-mail: bakhtiari_m@iust.ac.ir**How to Cite this Article:**H. Soleymani, M. Bakhtiari, and J. Beyramzad, "A Fixed-time stable output feedback non-singular fast terminal sliding mode design for attitude control of a rigid spacecraft considering external disturbances and system uncertainties," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 18, No. 2, pp. 70-82, 2025, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jsst.2025.1538>.**COPYRIGHTS**© 2025 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [The Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

مقاله پژوهشی

طراحی کنترل کننده مد لغزشی ترمینالی غیر تکین سریع فیدبک خروجی با پایداری زمان ثابت به منظور کنترل وضعیت یک فضاپیما صلب با در نظر گرفتن اثر اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های سیستمی

حامد سلیمانی^۱، مجید بختیاری^۲، و جلیل بیرمزاد^۳

۳- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی فناوری ماهواره، دانشکده فناوری‌های نوین، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

۲- استادیار، گروه مهندسی فناوری ماهواره، دانشکده فناوری‌های نوین، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

چکیده

اطلاعات مقاله

این پژوهش یک چارچوب نوین برای کنترل وضعیت فضاپیما معرفی می‌کند که با هدف عملکرد پایدار در شرایط عدم قطعیت و اغتشاشات خارجی طراحی شده است. هسته اصلی این سیستم مبتنی بر یک راهبرد دوجزئی شامل یک کنترل کننده و یک رویکرد اغتشاشات است که هر دو با الگوریتم‌های همگرایی در زمان ثابت طراحی شده‌اند. برخلاف روش‌های متداول همگرایی در زمان محدود، که سرعت تثبیت به شرایط اولیه وابسته است، این چارچوب تضمین می‌کند سیستم در یک بازه زمانی از پیش تنظیم شده تثبیت می‌شود. این بازه با تنظیم پارامترهای کنترل کننده، امکان مدیریت دقیق زمان بندی عملکرد را برای مهندسان فراهم می‌سازد. دینامیک وضعیت فضاپیما با استفاده از پارامترهای رودریگز اصلاح شده به عنوان یک ساختار غیرخطی مرتبه دوم مدل سازی شده است. برای تحقق همگرایی در زمان ثابت و استخراج ورودی‌های کنترلی مقاوم، یک سطح لغزش ترمینال غیر تکین توسعه یافته است که از مشکلات تکینی در روش‌های مرسوم اجتناب می‌کند. برای مقابله با عدم قطعیت‌های دنیای واقعی، یک رویکرد مشتق گیر دقیق و مقاوم جهانی طراحی شده که اغتشاشات را در همان بازه زمانی ثابت تخمین زده و خنثی می‌کند و جبران سازی بی‌وقفه را ممکن می‌سازد. پایداری سیستم با استفاده از نظریه لیاپانوف به صورت تحلیلی تأیید شده است. شبیه سازی‌های مقایسه‌ای با روش‌های موجود نشان می‌دهد چارچوب پیشنهادی به همگرایی سریعتر و دقت ردیابی بالاتر در هر دو بخش کنترل کننده و رویکرد دست می‌یابد. این پیشرفت‌ها، این سیستم را به عنوان راه کاری امیدوارکننده برای مأموریت‌های حیاتی فضایی نظیر اتصال ماهواره‌ها، کنترل وضعیت در مدارهای پیچیده، و اکتشافات اعماق فضا مطرح می‌کند که نیازمند واکنش‌های سریع و دقت فوق العاده هستند.

تاریخچه مقاله:

دریافت ۰۳ فروردین ۱۴۰۴
بازنگری ۱۷ اردیبهشت ۱۴۰۴
پذیرش ۱۱ خرداد ۱۴۰۴
اولین انتشار ۲۴ تیر ۱۴۰۴

واژه‌های کلیدی:

ماهواره
کنترل وضعیت
رویتگر مشتق گیر دقیق و مقاوم جهانی
پایداری زمان ثابت
مد لغزشی ترمینال غیر تکین

پست الکترونیکی نویسنده مسئول: bakhtiari_m@iust.ac.ir

How to Cite this Article:

H. Soleymani, M. Bakhtiari, and J. Beyramzad, "A Fixed-time stable output feedback non-singular fast terminal sliding mode design for attitude control of a rigid spacecraft considering external disturbances and system uncertainties," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 18, No. 2, pp. 70-82, 2025, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jsst.2025.1538>.



COPYRIGHTS

© 2025 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [The Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)



اختصارات

α_2 و α_1	بهره‌های رویتگر
σ_e	خطای وضعیت
S	ماتریس شبه متقارن
ϑ	ضریب طراحی در ساختار مشتق‌گیر
ω	مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای
ω_e	خطای سرعت زاویه‌ای

مقدمه

سیستم‌های کنترل وضعیت فضاپیما باید نیازهای عملکردی سختگیرانه‌ای را برآورده کنند تا موفقیت در مأموریت‌های حیاتی تضمین شود. کنترل دقیق جهت‌گیری برای کاربردهایی مانند رصد ماهواره‌ها، اتصال فضاپیماها و پرواز گروهی، وظایفی که حتی خطاهای جزئی می‌توانند نتایج مأموریت را به خطر بیندازند، از اهمیت بالایی برخوردار است [۱]. طی دهه‌های گذشته، پژوهشگران راهبردهای کنترلی متنوعی را بررسی کرده‌اند؛ از کنترل خطی کلاسیک و کنترل بهینه گرفته تا روش‌های غیرخطی پیشرفته و مبتنی بر هوش مصنوعی. در این میان، کنترل مد لغزشی^۱ به دلیل مقاومت بالا، به‌عنوان راه‌کاری برجسته برای چالش‌های هوافضایی مطرح شده است. از زمانی که کاربرد اولیه آن در کنترل فضاپیما برای اولین بار در [۲] معرفی شد، طرح‌های مبتنی بر کنترل مد لغزشی به‌طور چشمگیری تکامل یافته‌اند. مدل لغزشی سنتی از سطوح لغزشی خطی برای دستیابی به پایداری مجانبی^۲ استفاده می‌کند [۳]، اما مد لغزشی ترمینال^۳ با سطوح غیرخطی مبتنی بر دینامیک‌های پایدار در زمان محدود^۴ که همگرایی سریع‌تر و مقاومت بالاتری در برابر اغتشاشات را ممکن می‌سازند، تحولی اساسی ایجاد کرد. نوآوری‌هایی مانند مد لغزشی ترمینال بدون تکنیکی^۵ مد لغزشی ترمینال سریع، و مد لغزشی ترمینال انتگرالی، این روش را بهبود بخشیده‌اند [۴،۵] و منجر به توسعه کنترل‌کننده‌های عملی برای وضعیت فضاپیما با همگرایی در زمان محدود شده است که در [۶-۱۰] مستند شده‌اند. یکی از چالش‌های اصلی در کنترل مد لغزشی، پدیده چترینگ^۶ (نوسانات نامطلوب) است که محققان را به ادغام روش‌های تخمین تطبیقی در طراحی کنترل‌کننده‌ها سوق داده است تا این اثر را کاهش دهند [۱۱،۳۰]. هر چند در برخی از پژوهش‌های مرتبط جایگزینی تابع علامت با تابع اشباع به‌عنوان یک راه‌کار کارآمد برای حذف پدیده چترینگ پیشنهاد شده است [۱۲]، اما این روش معمولاً به

کاهش مقاومت و دقت ردیابی می‌انجامد. برای رفع این محدودیت، کنترل مد لغزشی مرتبه بالا^۷ به‌عنوان راه‌کاری امیدبخش برای کنترل وضعیت در زمان محدود مطرح شده است [۱۳-۱۵]. با اعمال ورودی‌های کنترل ناپیوسته بر مشتقات مراتب بالاتر متغیر لغزشی، مد لغزشی مرتبه بالا به‌طور چشمگیر چترینگ را کاهش می‌دهد؛ هرچند این مزیت با افزایش پیچیدگی‌های تئوریک و نیازهای محاسباتی همراه است [۳۰]. در [۳۱]، یک کنترلر ترمینال سریع فازی به‌منظور بهبود عملکرد روش ترمینال سریع در مسئله ردیابی یک کاوشگر در اطراف یک سیارک مورد بررسی قرار گرفته است.

اطلاعات دقیق درباره روش کنترل مد لغزشی را می‌توان در منابع [۳،۴] یافت، در حالی که انواع مختلف مدهای لغزشی ترمینال و کنترل مد لغزشی مرتبه بالا به‌ترتیب در منابع [۱۴-۱۳، ۵] بررسی شده‌اند. اکثر روش‌های کنونی کنترل وضعیت فضاپیما به اندازه‌گیری مستقیم و دقیق جهت‌گیری وضعیت و سرعت زاویه‌ای وابسته هستند [۱]. با این حال، داده‌های سرعت زاویه‌ای ممکن است به دلیل محدودیت‌های هزینه یا موانع فنی همیشه در دسترس نباشند. به‌عنوان مثال، ماهواره‌های کوچک (میکرو ماهواره‌ها) اغلب فاقد توانایی کسب چنین اندازه‌گیری‌هایی هستند [۱].

با توجه به این محدودیت عملی، توسعه سیستم‌های کنترل وضعیت مبتنی بر بازخورد حالت جزئی^۸ که به داده‌های سرعت زاویه‌ای نیازی ندارند، به یک اولویت تبدیل شده است. مسئله عدم دسترسی به داده‌های اندازه‌گیری سرعت در ادبیات موضوع به‌طور گسترده مورد بحث قرار گرفته است و راهبردهای متعددی برای طراحی کنترل‌کننده‌های وضعیت بدون نیاز به سرعت زاویه‌ای پیشنهاد شده‌اند [۱۶-۲۰].

در بررسی دینامیک کنترل وضعیت فضاپیما، همانند سایر سیستم‌های دینامیکی، با چالش‌های کلیدی متعددی روبرو می‌شویم. یک سیستم کنترلی مؤثر باید با در نظر گرفتن راه‌حلی برای این چالش‌ها طراحی شود. هرچه توانایی آن در حل مسائل بیشتر باشد، کارایی بالاتری خواهد داشت.

الف) عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات خارجی

فضایماها با دو نوع عدم قطعیت مواجه‌اند: از یک سو، عدم قطعیت‌های پارامتری مانند مقادیر ناشناخته ممان‌های اینرسی، و از سوی دیگر، عدم قطعیت‌های غیرپارامتری ناشی از اغتشاشات خارجی. برای مقابله با این چالش‌ها، می‌توان تکنیک‌هایی مانند شبکه‌های عصبی، منطق فازی، شبکه‌های فازی-عصبی و انواع روتگرهای

5. Nonsingular TSM (NTSM)

6. Chattering

7. Higher-Order Sliding Mode (HOSM)

8. Partial State Feedback

1. Sliding Mode Control (Smc)

2. Asymptotic Trajectory Stability

3. Terminal Sliding Mode (Tsm)

4. Finite-Time Stable

همگرایی آن‌ها وابسته به شرایط اولیه است. طراحی رویتهای با همگرایی در زمان ثابت راه‌حلی کارآمد برای حذف این وابستگی محسوب می‌شود.

ج) پایداری سیستم کنترل

پایداری، به‌ویژه زمان رسیدن به حالت پایدار، عاملی حیاتی است. معیارهای پایداری همچون پایداری مجانبی، پایداری در زمان محدود و پایداری در زمان ثابت در این زمینه مطرح‌اند. در کنترل وضعیت فضاپیما، پایداری در زمان محدود و ثابت به دلیل امکان مانورهای سریع و پیاپی، مزیت ویژه‌ای دارند. روش‌هایی مانند: مد لغزشی ترمینال، مد لغزشی ترمینال بدون تکینگی و مد لغزشی فرایپچی^۳ برای دستیابی به این پایداری‌ها استفاده می‌شوند. از آنجا که زمان همگرایی کنترل کننده و رویتهای اغتشاش به شرایط اولیه سیستم وابسته است، استفاده از روش‌های با پایداری مجانبی یا زمان محدود برای مأموریت‌های فضایی با شرایط اولیه متنوع، مناسب نیست. در مقابل، روش‌های مبتنی بر همگرایی در زمان ثابت که زمان همگرایی را تنها تابعی از پارامترهای کنترل کننده (قابل تنظیم توسط طراح) می‌دانند، گزینه‌ای ایده‌آل هستند.

در این مقاله، یک کنترل کننده وضعیت بدون چترینگ و با همگرایی در زمان ثابت برای فضاپیماهای صلب (بدون نیاز به اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای) طراحی شده است. پس از مدل‌سازی دینامیک وضعیت ماهواره با استفاده از پارامترهای اصلاح شده رودریگز^۴ و بیان آن به‌عنوان یک سیستم غیرخطی مرتبه دوم، یک سطح لغزشی ترمینال بدون تکینگی با همگرایی زمان ثابت طراحی شده است. همچنین، از یک رویتهر اغتشاش نوع مشتقگیر دقیق جهانی مقاوم^۵ با همگرایی زمان ثابت برای تخمین عدم قطعیت‌ها و طراحی ورودی جبران ساز استفاده شده است.

سینماتیک و دینامیک وضعیت ماهواره

یکی از مزایای فرمولاسیون کواترنیونی، اجتناب از تکینگی در معادلات سینماتیکی است. با این حال، استفاده از کواترنیون‌ها به دلیل نیاز به یک پارامتر اضافی، منجر به پارامترسازی غیرمینیمم می‌شود. به‌ویژه در کاربردهای کنترل فضاپیما، اخیراً از پارامترهای اصلاح شده رودریگز استفاده شده است که امکان توصیف چرخش‌های تا ۳۶۰ درجه را فراهم می‌کند [۲۱،۲۲]. پارامترهای اصلاح شده رودریگز به دلیل عدم تکینگی و کارایی محاسباتی، به‌طور گسترده‌ای برای نمایش وضعیت فضاپیما به کار می‌روند [۲۳،۲۴]. پارامترهای رودریگز

اغتشاش را در سیستم کنترل ادغام کرد. این ابزارها به تخمین دینامیک سیستم و اغتشاشات کمک کرده و تأثیر منفی آن‌ها بر عملکرد را کاهش می‌دهند

منظور از "اغتشاشات خارجی" در این مطالعه، منابع رایج اختلال در دینامیک وضعیت ماهواره است که به‌صورت زیر طبقه‌بندی می‌شوند:

- نیروی درگ آیرودینامیکی: در مدارهای ارتفاع پایین به دلیل وجود باقیمانده‌ای از جو زمین، گشتاورهای ضعیف اما مداوم ایجاد می‌شود.
- فشار تابش خورشیدی: فوتون‌های ساطع شده از خورشید نیرویی به سطح ماهواره وارد می‌کنند که به دلیل عدم تقارن هندسی یا بازتابی، می‌تواند گشتاور تولید کند.
- گشتاور گرادیان گرانشی: ناشی از تغییرات میدان گرانشی زمین و اثر آن بر اجزای گسترش یافته ماهواره مانند آنتن یا پنل خورشیدی.
- گشتاور مغناطیسی: در اثر تعامل بین میدان مغناطیسی زمین و ممان‌های مغناطیسی باقیمانده یا القا شده در بدنه ماهواره.

ب) عدم دسترسی به حالت‌های سیستم

چالش دیگر، عدم امکان اندازه‌گیری تمامی حالت‌های سیستم به دلیل نقص سنسورها، هزینه بالای آن‌ها یا خطاهای اندازه‌گیری است. برای حل این مشکل، می‌توان از رویتهای حالت متناسب با مسئله استفاده کرد. در ادبیات موضوع، روش‌های مبتنی بر مدل مانند رویتهای مبتنی بر تخمین تأخیر زمانی^۱، رویتهای مبتنی بر شبکه‌های عصبی و منطق فازی، و رویتهای مد لغزشی مرتبه بالا پیشنهاد شده‌اند. اگرچه روش تأخیر زمانی تنها قادر به تخمین ورودی‌های ناشناخته است و نیاز به رویتهر دوم برای تخمین سرعت سیستم دارد، این امر پیچیدگی و زمان محاسبات را افزایش می‌دهد. از سوی دیگر، رویتهای عصبی با توانایی یادگیری، تقریب‌های دقیقی ارائه می‌دهند، اما پیاده‌سازی آن‌ها به دلیل نیاز به مکانیزم یادگیری آنلاین و منابع پردازشی بالا، در عمل محدود است. رویتهای مبتنی بر منطق فازی نیز با چالش‌هایی مشابه روبرو هستند. رویتهای حالت توسعه یافته^{آستی} می‌توانند حالت‌های سیستم و عدم قطعیت‌ها را با یک رویتهر تخمین بزنند، اما دقت پایینی داشته و همگرایی آن‌ها در زمان محدود اتفاق نمی‌افتد. در مقابل، رویتهای مد لغزشی مرتبه بالا علاوه بر دقت و سرعت بیشتر، همگرایی در زمان محدود را تضمین می‌کنند، اما زمان

4. Modified Rodriguez Parameters (MRP)
5. Universally Robust Exact Differentiator (URED)

1. Time Delay Estimation
2. Extended State Observers
3. Super Twisting Sliding Mode

در این رابطه، $J \in R^3$ ماتریس ممان اینرسی و $[S]^\times(\omega)$ ماتریس شبه متقارن سرعت زاویه‌ای است. با استفاده از معادلات (۲) و (۵)، فرم لاگرانژی دینامیک پایدارسازی وضعیت فضاپیما به صورت زیر است [۱۰، ۲۳]:

$$M(\sigma) = \Gamma(\sigma)^{-T} J \Gamma(\sigma)^{-1} \quad (۷)$$

$$C(\sigma, \dot{\sigma}) = -\Gamma(\sigma)^{-T} J \dot{\Gamma}(\sigma)^{-1} \Gamma(\sigma)^{-1} - \Gamma(\sigma)^{-T} S^*(J\omega) \Gamma(\sigma)^{-1} \quad (۸)$$

$$\tau = \Gamma(\eta)^{-T} u(t) \quad (۹)$$

$$\tau_{ext} = \Gamma(\eta)^{-T} d(t) \quad (۱۰)$$

فرم کلی دینامیک ماهواره بیان شده در معادله (۶)، مشابه فرم کلی معادلات مربوط به دینامیک سیستم‌های رباتیک است که از روش اولیو-لاگرانژ به دست می‌آید. معادلات دینامیکی سیستم‌های رباتیک که به این فرم نوشته می‌شوند، دارای ویژگی‌هایی هستند که برای معادلات دینامیکی ماهواره نیز صادق‌اند. از جمله این ویژگی‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- مثبت معین بودن، تقارن و کراندار بودن ماتریس اینرسی (J)
- خاصیت شبه متقارن ماتریس $\dot{M}(\sigma) - 2C(\sigma, \dot{\sigma})$
- کراندار بودن ماتریس $C(\sigma, \dot{\sigma})$

در طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های غیرخطی، معمولاً از فرم فضای حالت معادلات دینامیکی استفاده می‌شود. فرم فضای حالت معادلات دینامیک ماهواره را می‌توان با فرض $x_2 = \dot{\sigma}$ و $x_1 = \sigma$ به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + g(x)u + d^* \end{cases} \quad (۱۱)$$

در اینجا $g(x) = f(x) = M^{-1}(\sigma)C(\sigma, \dot{\sigma})\dot{\sigma} \in R^3$ و $d^* = M^{-1}(\sigma)\Gamma(\sigma)^{-T}d(t) \in R^3$ می‌باشد.

دینامیک خطا

در ادامه، دینامیک خطای وضعیت نسبی فرمول بندی می‌شود تا فرایند ردیابی را برای روش کنترلی پیشنهادی توصیف کند. فرض کنید $\sigma_d \in R^3$ نشان دهنده وضعیت مطلوب ماهواره در یک چارچوب مرجع ثابت بدنه باشد. خطای وضعیت که با $\sigma_e \in R^3$ نمایش داده می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌گردد [۱۰، ۲۳]:

$$\sigma_e = \frac{(1 - \sigma_d^T \sigma_d)\sigma - (1 - \sigma^T \sigma)\sigma_d + 2S'(\sigma)\sigma_d}{1 + \sigma^T \sigma \sigma_d^T \sigma_d + 2\sigma_d^T \sigma} \quad (۱۲)$$

استاندارد، یک پارامترسازی مینیمم (سه بعدی) ارائه می‌دهند، اما به دلیل وجود تکینگی در چرخش‌های ۱۸۰ درجه، برای چرخش‌های با زوایای بسیار بزرگ مناسب نیستند. استفاده از اصلاح شده رودریگز علاوه بر رفع این محدودیت، این مزیت را دارد که پارامترها به صورت مینیمم (سه بعدی) تعریف می‌شوند.

به کارگیری روش‌های کنترل هوشمند و بدون چترینگ می‌تواند به کاهش مصرف انرژی کمک کند. همچنین در بسیاری از موارد، طراحی رویتگرها و تخمین گرها برای تعیین وضعیت ماهواره ضروری است، و استفاده از روش پارامتر اصلاح شده رودریگز در مقایسه با روش کواترنیونی، حجم محاسبات را کاهش داده و فرآیند طراحی کنترل را از نظر محاسبات ریاضی ساده‌تر می‌کند. بنابراین در پژوهش حاضر، از این روش مدل‌سازی برای توصیف دینامیک و سینماتیک ماهواره متناسب با نوع کنترل کننده مورد نظر استفاده خواهیم کرد. اگر فرض کنیم که $\sigma \in R^3$ نمایانگر پارامترهای اصلاح شده رودریگز باشد، این پارامترها مطابق رابطه زیر تعریف می‌شوند [۱۰، ۲۳]:

$$\sigma = [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3]^T = \hat{e} \tan \frac{\theta}{4} \quad (۱)$$

در این رابطه، $\hat{e} = [e_1 \quad e_2 \quad e_3]$ بیانگر چرخش حول محور اولیو در چارچوب بدنه است، و θ برابر با زاویه چرخش حول این محور اصلی می‌باشد. سینماتیک وضعیت سیستم را می‌توان بر حسب σ به صورت زیر توصیف کرد:

$$\dot{\sigma} = \Gamma(\sigma)\omega \quad (۲)$$

در اینجا، ω مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای را نشان می‌دهد که در چارچوب محورهای بدنه $[X \ Y \ Z]$ نسبت به چارچوب اینرسی $[X \ Y \ Z]$ بیان شده‌اند. تابع $\Gamma(\sigma)$ را می‌توان مطابق رابطه زیر نوشت [۱۰، ۲۳]:

$$\Gamma(\sigma) = \frac{1}{4} [(1 - \sigma^T \sigma)I_{3 \times 3} + 2S^*(\sigma) + 2\sigma\sigma^T] \quad (۳)$$

$I_{3 \times 3}$ یک ماتریس همانی 3×3 است در حالی که S ماتریس شبه متقارن^۱ است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$[S]^\times(\sigma) = \begin{bmatrix} 0 & -\sigma_3 & \sigma_2 \\ \sigma_3 & 0 & -\sigma_1 \\ -\sigma_2 & \sigma_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

با در نظر گرفتن ورودی‌های کنترلی $u(t) \in R^3$ و اغتشاشات خارجی $d(t) \in R^3$ دینامیک فضاپیما صلب را می‌توان به صورت زیر بیان کرد [۱۰، ۲۳]:

$$J\dot{\omega} = -[S]^\times(\omega)J\omega + u(t) + d(t) \quad (۵)$$

مشابه رویکرد بخش قبل، در اینجا هدف ما بیان دینامیک خطای فضاپیما در قالب فضای حالت است. برای این منظور، متغیرهای حالت را به صورت $x_1 = \sigma_e$ و $x_2 = \dot{\sigma}_e$ تعریف می‌کنیم. با استفاده از این تعاریف، نمایش فضای حالت معادلات را می‌توان مطابق معادلات (۱۱) نوشت. در اینجا، $f(x) = M(\sigma_e)^{-1}C(\sigma_e, \dot{\sigma}_e)\dot{\sigma}_e \in \mathcal{R}^3$ ، $g(x) = M(\sigma_e)^{-1}\Gamma(\sigma_e)^{-T}d(t) \in \mathcal{R}^3$ و $d^* = (M(\sigma_e)^{-1}\Gamma(\sigma_e)^{-T}d(t) - M(\sigma_e)^{-1}\Gamma) \in \mathcal{R}^3$ است.

با توجه به این توضیحات، نمایش نهایی معادله که از دینامیک خطای فضاپیما استخراج شده و مبنای طراحی کنترلر پیشنهادی است، به صورت زیر نوشته می‌شود. در اینجا فرض می‌کنیم بردار حالت $x = [x_1, x_2]^T$ باشد:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + g(x)u + d \\ y = x \end{cases} \quad \text{or} \quad (25)$$

که در آن d یک اغتشاش خارجی نامعلوم و محدود است به طوری که $|d| \leq \delta_d$. توابع $f(x)$ و $g(x)$ را می‌توان به صورت مجموع یک تابع اسمی و یک عدم قطعیت محدود بازنویسی کرد:

$$\begin{cases} f(x) = f_0(x) + \Delta f(x); |\Delta f(x)| \leq \delta_f \\ g(x) = g_0(x) + \Delta g(x); |\Delta g(x)| \leq \delta_g \end{cases} \quad (26)$$

با جایگزینی معادله (۲۶) در معادله (۲۵)، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + g_0(x)u + D(x, t) \\ y = x \end{cases} \quad (27)$$

که در آن $D(x, t) = \Delta f(x) + \Delta g(x)u + d$ نشان دهنده مجموع اغتشاشات سیستم است. با فرض کران بالایی برای ورودی‌های کنترل $|u| \leq \delta_u$ ، می‌توان نوشت:

$$|D| \leq |\Delta f + \Delta g\delta_u + \delta_d| \leq |\delta_f + \delta_g\delta_u + \delta_d| \leq \Delta_D \quad (28)$$

طراحی کنترلر

پیش‌نیازها

سیستم خودگردان زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = f(x(t)), \quad x(0) = \varepsilon_0 \quad (29)$$

که در آن $x \in \mathcal{R}^n$ و $f: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^n$ یک تابع غیرخطی است. فرض کنید مبدأ، نقطه تعادل معادله (۱) باشد.

فرض کنید $\omega_d \in \mathcal{R}^3$ نشان‌دهنده سرعت زاویه‌ای مطلوب در چارچوب مرجع ثابت بدنه باشد. $\omega_e \in \mathcal{R}^3$ معادله خطای سرعت زاویه‌ای به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\omega_e = \omega - Z(\sigma_e)\omega_d \quad (13)$$

در این معادله، $Z(\sigma_e)$ به شکل زیر قابل بیان است:

$$Z(\sigma_e) = Z(\sigma)Z(\sigma_d) \quad (14)$$

که در آن $Z(\sigma)$ و $Z(\sigma_d)$ مطابق معادلات (۱۵) و (۱۶) زیر تعریف می‌شوند [۸]:

$$\begin{aligned} Z(\sigma) &= I_{3 \times 3} - 4 \frac{1 - \sigma^T \sigma}{(1 + \sigma^T \sigma)^2} S^*(\sigma) \\ &+ 8 \frac{S^*(\sigma)}{1 + \sigma^T \sigma} S^*(\sigma) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} Z(\sigma_d) &= I_{3 \times 3} - 4 \frac{1 - \sigma_d^T \sigma_d}{(1 + \sigma_d^T \sigma_d)^2} S^*(\sigma_d) \\ &+ 8 \frac{S^*(\sigma_d)}{1 + \sigma_d^T \sigma_d} S^*(\sigma_d) \end{aligned} \quad (16)$$

سینماتیک وضعیت سیستم ماهواره با در نظر گرفتن خطای وضعیت σ_e و خطای سرعت زاویه‌ای ω_e به شکلی مشابه معادله (۲) بیان می‌شود:

$$\dot{\sigma}_e = G(\sigma_e)\omega_e \quad (17)$$

دینامیک وضعیت سیستم ماهواره با استفاده از مختصات خطا، مطابق معادله (۵) به صورت زیر است [۲۳]:

$$\begin{aligned} J\dot{\omega}_e &= -S^*(\omega_e + Z(\sigma_e)\omega_d)J(\omega_e + Z(\sigma_e)\omega_d) \\ &- J\dot{Z}(\sigma_e)\omega_d - JZ(\sigma_e)\dot{\omega}_d + u(t) + d(t) \end{aligned} \quad (18)$$

فرم لاگرانژی این معادله به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۳]:

$$M(\sigma_e)\dot{\sigma}_e + C(\sigma_e, \dot{\sigma}_e)\dot{\sigma}_e + G(\sigma_e) = \tau + \tau_{ext} \quad (19)$$

مؤلفه‌های مختلف این معادله به شرح زیر تعریف می‌شوند:

$$M(\sigma_e) = \Gamma(\sigma_e)^{-T}J\Gamma(\sigma_e)^{-1} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} C(\sigma_e, \dot{\sigma}_e) &= \Gamma(\sigma_e)^{-T}J\dot{\Gamma}(\sigma_e)^{-1} \\ &- \Gamma(\sigma_e)^{-T}S^*(J\omega_e)\Gamma(\sigma_e)^{-1} \\ &- \Gamma(\sigma_e)^{-T}(S^*(JZ(\sigma_e)\omega_d))\Gamma(\sigma_e)^{-1} \\ &+ \Gamma(\sigma_e)^{-T}(JS^*(Z(\sigma_e)\omega_d) \\ &+ S^*(Z(\sigma_e)\omega_d)J)\Gamma(\sigma_e)^{-1} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} G(\sigma_e) &= \Gamma(\sigma_e)^{-T}(S^*(Z(\sigma_e)\omega_d)JZ(\sigma_e)\omega_d \\ &+ JZ(\sigma_e)\dot{\omega}_d) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\tilde{\tau} = \Gamma(\sigma_e)^{-T}u(t) \quad (23)$$

$$\tilde{\tau}_{ext} = \Gamma(\sigma_e)^{-T}d(t) \quad (24)$$

که در آن ϑ یک ثابت مثبت است.

قضیه ۱:

اگر شرط $\| \hat{D}(x, t) \|_{\infty} \leq \zeta$ برقرار باشد، خطای تخمین رویتگر طراحی شده (۳۲) در یک زمان ثابت (مستقل از شرایط اولیه) به صفر همگرا می‌شود.

اثبات قضیه ۱

با تفریق معادله (۳۲) از معادله (۲)، خطاهای دینامیکی تخمین به صورت زیر به دست می‌آیند [۲۶]:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_0 = -\alpha_1 \psi_1(\omega_0) + \bar{D} \\ \dot{\bar{D}} = -\alpha_2 \psi_2(\omega_0) + \bar{D} \end{cases} \quad (34)$$

که در آن:

• $\bar{D} \triangleq \hat{D} - D$ خطای تخمین D است.

• \bar{D} با شرط $\| \hat{D}(x, t) \|_{\infty} \leq \eta_0$, $\eta_0 > 0$ محدود می‌شود. [۲۶]

بهره‌های α_1 و α_2 از مجموعه زیر انتخاب می‌شوند:

$$\begin{aligned} \Omega = & \left\{ (\alpha_1, \alpha_2) \in R^2 \mid 0 < \alpha_1 \leq 2\sqrt{\zeta}, \alpha_2 \right. \\ & \left. > \frac{\alpha_1^2}{3} + \frac{4\zeta^2}{\alpha_1^2} \right\} \quad (35) \\ & \cup \{ (\alpha_1, \alpha_2) \in R^2 \mid \alpha_1 > 2\sqrt{\zeta}, \alpha_2 > 2\zeta \} \end{aligned}$$

همانگونه در [۲۶] نشان داده شده است، معادله (۳۴) پایداری در زمان ثابت است. با انتخاب دقیق بهره‌های α_1 و α_2 (مطابق معادله (۳۴)، اطمینان حاصل می‌شود که ω_0 و \bar{D} در یک زمان ثابت T_0 (مراجعه به معادله ۱۲ در [۲۶]) به صفر همگرا می‌شوند. پس از این زمان، مقادیر تخمینی \hat{x}_2 و \bar{D} با مقادیر واقعی برابر خواهند شد یعنی $\hat{x}_2 = x_2$ و $\bar{D} = D$ [۲۶].

به منظور درک بهتر فرایند انتخاب ضرایب رویتگر لازم به ذکر است که پارامترهای α_1 و α_2 در طراحی رویتگر اغتشاش با همگرایی در زمان ثابت، بر اساس شرایط پایداری ارائه شده در مرجع [۲۶] انتخاب شده‌اند، به گونه‌ای که دینامیک خطای رویتگر در کلاس سیستم‌های پایدار در زمان ثابت قرار گیرد. به طور خاص، این پارامترها باید نامنفی و به گونه‌ای انتخاب شوند که معادله پایداری زیر برقرار باشد:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & -\alpha_1 |e(t)|^p \cdot \text{sign}(e(t)) - \alpha_2 |e(t)|^q \cdot \text{sign}(e(t)) \\ & \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0, 0 < p < 1, q > 1 \end{aligned}$$

مقادیر توان‌ها $p = 0.5$ و $q = 1.5$ با توجه به مقادیر مرسوم که در مقالات معتبر به کار رفته‌اند انتخاب شده‌اند و سپس مقادیر بهینه برای و پارامترهای α_1 و α_2 به صورت تجربی با هدف دستیابی

تعریف [۲۵]: مبدأ معادله (۱) یک تعادل پایدار در زمان محدود نامیده می‌شود اگر:

- (۱) نقطه تعادل از نظر لیاپانوف پایدار باشد.
- (۲) هر جواب $x(t)$ که از ε_0 شروع می‌شود، برای تمام $t \geq T(\varepsilon_0)$ را ارضا کند.

در اینجا $T: R^n \rightarrow R^+$ تابع زمان نشست نامیده می‌شود.

تعریف ۲ [۲۵]: مبدأ یک تعادل پایدار در زمان ثابت است اگر:

- (۱) به صورت سراسری در زمان محدود پایدار باشد.
- (۲) زمان همگرایی آن با $T(\varepsilon_0) < T_{\max}$ محدود شود، که $T_{\max} > 0$ یک ثابت مثبت است.

لم ۱ [۲۵]: معادله دیفرانسیل اسکالر زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{y} = -z_1 [y]^m - z_2 [y]^n \quad (30)$$

که در آن $0 < n < 1$ و $m > 1$, $z_1, z_2 > 0$. در این صورت، سیستم (۲) به صورت پایدار در زمان ثابت است و زمان نشست آن به صورت زیر است:

$$T_1 < T_{\max} = \frac{1}{z_1} \frac{1}{m-1} + \frac{1}{z_1} \frac{1}{1-n} \quad (31)$$

برای ساده‌سازی نمایش، از نمادگذاری $[y]^n = |y|^k \text{sgn}(y)$, $\forall k > 0, y \in R$ استفاده می‌کنیم.

طراحی رویتگر اغتشاش با زمان ثابت

رویتگر اغتشاش با زمان ثابت تمامی اغتشاشات و عدم قطعیت‌ها را در یک زمان ثابت تخمین می‌زند. این رویتگر بر اساس مشتق‌گیر دقیق جهانی پایدار [۲۶] به صورت زیر طراحی می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_0 = \hat{x}_2 - x_2 \\ \dot{\hat{x}}_2 = f_0(x, t) + g_0(x, t)u + \bar{D} - \alpha_1 \psi_1(\omega_0) \\ \dot{\bar{D}} = -\alpha_2 \psi_2(\omega_0) \end{cases} \quad (32)$$

در اینجا:

- x_2 و \bar{D} مقادیر تخمینی متغیرها هستند.
- α_1 و α_2 به ترتیب بهره‌های رویتگر هستند.
- توابع $\psi_1(\omega_0)$ و $\psi_2(\omega_0)$ مطابق [۲۶] به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} \psi_1(\omega_0) = [\omega_0]^{\frac{1}{2}} + [\omega_0]^{\frac{3}{2}} \\ \psi_2(\omega_0) = \text{sgn}(\omega_0) + 2\vartheta \omega_0 + \frac{2}{3} \vartheta^2 [\omega_0]^2 \end{cases} \quad (33)$$

دستیابی عملکرد مقاوم در برابر اغتشاشات کمک می‌کند.
۳) کنترل مبتنی بر ناظر (u_0): این جزء با استفاده از خروجی رویتگر اغتشاش با زمان ثابت، عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات را تخمین زده و خطاها را جبران می‌کند. این امر منجر به سیگنال‌های کنترلی هموارتر و پایدارتر می‌شود.
هر یک از این اجزا نقش منحصر به فردی در دستیابی به دقت بالا و رفتار مقاوم سیستم ایفا می‌کنند.

$$u = u_{eq} + u_{sw} + u_0 \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\sigma}_e &= \ddot{x}_d(t) - \ddot{x}_2 \\ &= \ddot{x}_d(t) - f_0(x, t) - g_0(x, t)u - D(x, t) \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \dot{\sigma}_e + (2 - \beta)\mu_1|\sigma_e|^{1-\beta}\dot{\sigma}_e + \mu_2\dot{\sigma}_e + \beta\mu_3|\sigma_e|^\beta \\ &= \ddot{x}_d(t) - f_0(x, t) - g_0(x, t)u - D(x, t) \\ &+ (2 - \beta)\mu_1|\sigma_e|^{1-\beta}\dot{\sigma}_e + \mu_2\dot{\sigma}_e + \beta\mu_3|\sigma_e|^\beta \end{aligned} \quad (41)$$

در نتیجه، عبارت کنترلی u_{eq} را با استفاده از شرط قید $\dot{s} = 0$ به دست می‌آوریم:

$$u_{eq} = g_0^{-1}(x, t)(\ddot{x}_d(t) - f_0(x, t) + (2 - \beta)\mu_1|\sigma_e|^{1-\beta}\dot{\sigma}_e + \mu_2\dot{\sigma}_e + \beta\mu_3|\sigma_e|^\beta) \quad (42)$$

$$u_{sw} = g_0^{-1}(x, t)(\xi_0 \text{sign}(s) + \xi_1[s]^p + \xi_2[s]^q) \quad (43)$$

در اینجا ξ_0, ξ_1, ξ_2 ثابت‌های مثبت هستند، با $1 < q < 1, 0 < p >$ عبارت u_0 بر اساس خروجی رویتگر به شرح زیر طراحی شده است:

$$u_0 = g_0^{-1}(x, t)(\bar{D}) \quad (44)$$

در نهایت، قانون کنترل پیشنهادی u به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} u &= u_{eq} + u_{sw} + u_0 \\ &= g_0^{-1}(x, t)(\ddot{x}_d(t) - f_0(x, t) + (2 - \beta)\mu_1|\sigma_e|^{1-\beta}\dot{\sigma}_e \\ &+ \mu_2\dot{\sigma}_e + \beta\mu_3|\sigma_e|^\beta + \xi_0 \text{sign}(s) + \xi_1[s]^p + \xi_2[s]^q + \bar{D}) \end{aligned} \quad (45)$$

قضیه ۲:

برای سیستم دینامیک توصیف شده در معادله (۲۵)، اگر ورودی کنترل مطابق معادله (۴۵) طراحی شود که از خروجی‌های رویتگر FxDO در معادله (۳۲)، سطح لغزش FxSS در معادله (۳۶)، و قانون کنترل FxSCL در معادله (۴۳) استخراج شده است، سیستم به پایداری سراسری در زمان ثابت دست می‌یابد.

اثبات قضیه ۲

با جایگزینی قانون کنترل پیشنهادی (معادله ۴۵) در معادله (۴۱)، داریم:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \bar{D} - D - \xi_0 \text{sign}(s) - \xi_1[s]^p - \xi_2[s]^q \\ &= \bar{D} - \xi_0 \text{sign}(s) - \xi_1[s]^p - \xi_2[s]^q \end{aligned} \quad (46)$$

هر جزء از \dot{s} به صورت زیر بیان می‌شود:

به سرعت همگرایی بالا و دقت تخمین مناسب تنظیم شده‌اند.
پارامتر ϑ به عنوان ضریب طراحی در ساختار مشتق‌گیر دقیق جهانی عمل کرده و عملکرد رویتگر را به صورت مستقیم تحت تأثیر قرار می‌دهد. مقدار بالاتر برای ϑ باعث تسریع همگرایی تخمین می‌شود اما ممکن است حساسیت به نویز را افزایش دهد؛ در حالی که مقدار پایین‌تر موجب تخمینی نرم‌تر و مقاوم‌تر در برابر نویز شده ولی همگرایی کندتری دارد. در این مقاله، مقدار ϑ پس از بررسی مقادیر در بازه $[0.5, 2]$ ، به صورت بهینه برابر $1/2$ انتخاب شده است تا بین دقت تخمین و مقاومت در برابر نویز تعادل برقرار شود.

طراحی سطح لغزش با زمان ثابت (FxSS)

فرض کنید $\sigma_e \triangleq x_d - x_1$ خطای موقعیت ردیابی و $\dot{\sigma}_e \triangleq \dot{x}_d - \dot{x}_2$ خطای سرعت ردیابی باشد، که x_d مسیر مرجع است. سطح لغزش با زمان ثابت مطابق [۲۷] به صورت زیر طراحی می‌شود:

$$s = \dot{\sigma}_e + \mu_1[\sigma_e]^{2-\beta} + \mu_2\sigma_e + \mu_3[\sigma_e]^\beta \quad (36)$$

که در آن:

• $s = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_n]^T \in R^n$ بردار سطوح لغزش است.

• μ_1, μ_2, μ_3 ضرایب مثبت و $0 < \beta < 1$.

بر اساس تئوری کنترل مد لغزشی، در مد لغزشی $s = 0$ و $\dot{s} = 0$ ، دینامیک سیستم به صورت زیر است:

$$\dot{\sigma}_e = -\mu_1[\sigma_e]^{2-\beta} - \mu_2\sigma_e - \mu_3[\sigma_e]^\beta \quad (37)$$

این معادله ساختاری مشابه معادله (۱۴) در [۲۹] دارد. بنابراین، با استفاده از روش اثبات قضیه ۱ در [۲۹]، خطای حالت‌ها در زمان ثابت تحت زمان نشست زیر به صفر همگرا می‌شوند:

$$T_s \leq \frac{2}{(1-\beta)\sqrt{4\mu_1\mu_3 - \mu_2^2}} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{\mu_2}{\sqrt{4\mu_1\mu_3 - \mu_2^2}} \right) \right) \quad (38)$$

کنترل کننده ترکیبی مد لغزشی با زمان ثابت مبتنی بر رویتگر، رویکرد کنترل حالت لغزشی و رویتگر اغتشاش را یکپارچه می‌کند تا عملکرد سیستم را در شرایط عدم قطعیت بهبود بخشد. ورودی کنترل u از سه جزء اصلی تشکیل شده است:

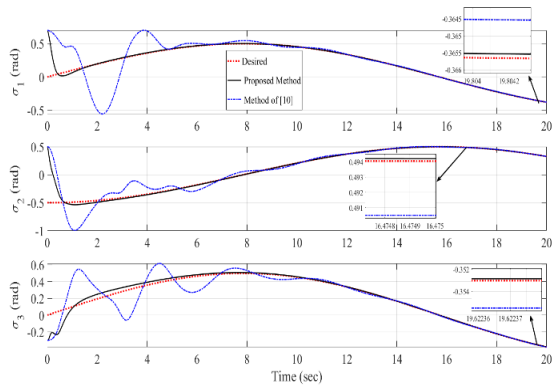
۱) کنترل معادل (u_{eq}): این جزء با محاسبه مشتق زمانی سطح لغزش و اعمال شرط صفر شدن آن، خطاهای حالت را روی سطح لغزش تعریف شده نگه می‌دارد. این محاسبه برای سیستم اسمی (بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت‌ها) انجام می‌شود.

۲) کنترل سوئیچینگ (u_{sw}): یک قانون سوئیچینگ با زمان ثابت، خطاهای حالت را در فاز رسیدن به سطح لغزش، در یک بازه زمانی مشخص به صفر می‌رساند. این جزء به

$$J = \begin{bmatrix} 3.06 & 1 & 0.4 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0.4 & 1 & 3.95 \end{bmatrix}$$

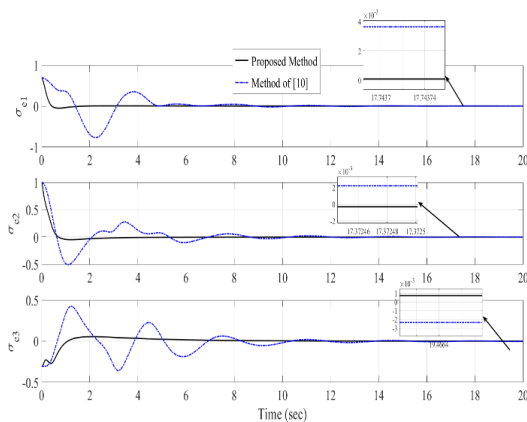
نتایج شبیه‌سازی روش کنترلی پیشنهادی و مقایسه آن با نتایج مرجع [۱۰] در شکل‌های ۱ تا ۷ نشان داده شده است. همانطور که در شکل‌ها مشخص است، ردیابی با دقت بالایی انجام شده و روش پیشنهادی این مقاله از نظر عملکرد ردیابی و ورودی کنترلی نسبت به روش مرجع [۱۰] برتری دارد.

نتایج ردیابی، همگرایی در زمان محدود حالت‌های سیستم به حالت‌های مطلوب و همچنین همگرایی سریع سطوح لغزش را نشان می‌دهند. علاوه بر این، شکل‌های ۶ و ۷ که عملکرد ناظر را نمایش می‌دهند، دقت بسیار خوب ناظر طراحی شده در تخمین تابع عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات خارجی و نیز متغیر حالت مربوط به سرعت(که مشتق خطای پارامتر بهبود یافته رودریگز است) را تأیید می‌کنند.



شکل ۱- عملکرد ردیابی پارامترهای رودریگز وضعیت در کنترل کننده پیشنهادی و مدل مرجع [۱۰].

Fig. 1. Performance of tracking rodriguez parameters of the state in the proposed controller and the reference model [10].



شکل ۲- همگرایی خطاهای ردیابی وضعیت در کنترل کننده پیشنهادی و مدل مرجع [۱۰].

Fig. 2. Convergence of state tracking errors in the proposed controller and the reference model [10].

$$\dot{s}_i = \tilde{D}_i - \xi_0 \text{sign}(s_i) - \xi_1 |s_i|^p - \xi_2 |s_i|^q, i = 1, 2, \dots, n \quad (47)$$

برای تحلیل پایداری در زمان ثابت سیستم کنترل پیشنهادی، تابع لیاپانوف را به صورت $V_i = s_i^2$ for $i = 1, 2, \dots, n$ تعریف می‌کنیم. مشتق زمانی این تابع به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= 2s_i \dot{s}_i = 2s_i(\tilde{D}_i - \xi_0 \text{sign}(s_i) - \xi_1 |s_i|^p - \xi_2 |s_i|^q) \\ &\leq 2|s_i|(|\tilde{D}_i| - \xi_0) - 2\xi_1 |s_i|^{p+1} - 2\xi_2 |s_i|^{q+1} \\ &\leq -2\xi_1 |s_i|^{p+1} - 2\xi_2 |s_i|^{q+1} \end{aligned} \quad (48)$$

با توجه به معادله (۴۸)، سیستم کنترل پیشنهادی پایدار سراسری است، زیرا $V_i > 0$ and $\dot{V}_i < 0$ که شرایط تئوری لیاپانوف را ارضا می‌کند. برای اثبات پایداری در زمان ثابت، معادله (۴۸) را به شکل زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\dot{V}_i \leq -2\xi_1 |V_i|^{\frac{p+1}{2}} - 2\xi_2 |V_i|^{\frac{q+1}{2}} \quad (49)$$

این معادله ساختاری مشابه لم ۱ دارد. بنابراین، زمان رسیدن به سطح لغزش با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$T_r \leq \frac{1}{2\xi_1} \frac{2}{p-1} + \frac{1}{2\xi_2} \frac{2}{1-q} \quad (50)$$

می‌توان نتیجه گرفت که روش کنترلی پیشنهادی در یک زمان ثابت مشخص به صفر همگرا می‌شود که به صورت بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} T &= T_s + T_r + T_o \\ &= \frac{2}{(1-\beta)\sqrt{4\mu_1\mu_3 - \mu_2^2}} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{\mu_2}{\sqrt{4\mu_1\mu_3 - \mu_2^2}} \right) \right) \\ &+ \frac{1}{2\xi_1} \frac{2}{p-1} + \frac{1}{2\xi_2} \frac{2}{1-q} + T_o \end{aligned} \quad (51)$$

اثبات کامل شد.

نتایج

این بخش شامل یک شبیه‌سازی است که کارایی و قابلیت اجرای کنترلگر پیشنهادی را نشان می‌دهد. با توجه به مقایسه نتایج روش پیشنهادی با مرجع [۱۰]، پارامترهای شبیه‌سازی شامل فرمان وضعیت مطلوب ماهواره و سایر متغیرها مطابق [۱۰] انتخاب شده‌اند:

$$\sigma_d = 0.5[\sin(0.01t), -\cos(0.01t), \sin(0.01t)]^T$$

$$\sigma(0) = [0.7 \quad 0.5 \quad -0.3]^T$$

$$\omega(0) = [-0.001 \quad 0.001 \quad -0.001]^T \text{ rad/s}$$

$$R = 500 \text{ km}, \mu_g = 3.986 \times 10^{14}$$

$$\omega_g = \sqrt{\frac{\mu_g}{R^3}}$$

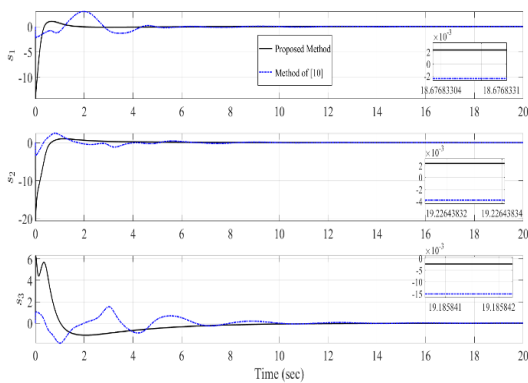
$$d(t) = \begin{bmatrix} 0.06 - 0.04\sin(\omega_g t) + 0.05\cos(\omega_g t) \\ 0.07 + 0.05\sin(\omega_g t) - 0.04\cos(\omega_g t) \\ 0.04 - 0.03\sin(\omega_g t) + 0.03\cos(\omega_g t) \end{bmatrix} + 0.25 \times$$

$$\text{rand}(3,1)(N \cdot m)$$

➤ اجتناب از استفاده مستقیم تابع علامت بر روی حالات: قانون سوئیچینگ با توان‌های کسری از نوع $sign(s)|s|^p$ طراحی شده است که نسبت به حالت ناپیوسته کلاسیک نرم‌تر بوده و انتقال هموارتر به سطح لغزش ایجاد می‌کند.

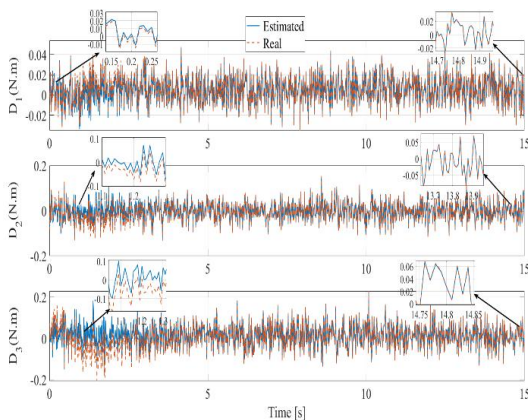
➤ عدم نیاز به اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای: از آنجا که کنترلر نیازی به داده‌های نویزی سرعت ندارد، امکان ایجاد سیگنال‌های پرنوسان ناشی از نویز نیز کاهش می‌یابد.

با این حال، ما تأکید می‌کنیم که ادعای "بدون چترینگ" بیشتر به معنای حذف عملی و قابل مشاهده چترینگ در شبیه‌سازی‌ها است، و از دیدگاه تئوری ریاضی، تنها زمانی می‌توان چترینگ را به‌طور کامل حذف کرد که کنترل ورودی کاملاً پیوسته باشد. نتایج شبیه‌سازی (شکل‌های ۴ و ۵) نشان می‌دهند که سیگنال کنترلی و تحول سطح لغزش در طول فرآیند کنترل کاملاً نرم بوده و فاقد نوسانات فرکانس بالا است که این نشانه‌ای قوی از حذف چترینگ در عمل است.



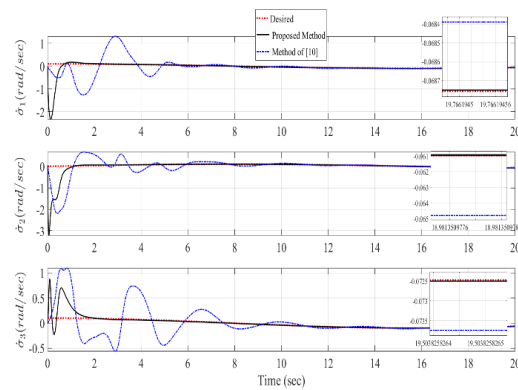
شکل ۵- همگرایی سطوح لغزش در مدل پیشنهادی و مدل مرجع [۱۰].

Fig. 5. Convergence of slip surfaces in the proposed model and the reference model [10].



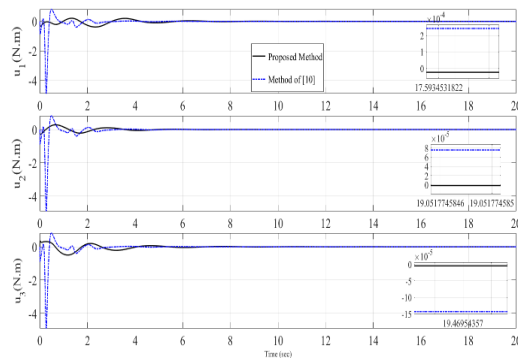
شکل ۶- دقت و عملکرد URED مدل پیشنهادی در برآورد اغتشاش.

Fig. 6. Accuracy and URED performance of the proposed model in turbulence estimation.



شکل ۳- عملکرد ردیابی سرعت زاویه‌ای کنترل کننده پیشنهادی و مدل مرجع [۱۰].

Fig. 3. Angular velocity tracking performance of the proposed controller and the reference model [10].



شکل ۴- مقایسه تغییرات ورودی‌های کنترلی مدل پیشنهادی و مدل مرجع [۱۰].

Fig. 4. Comparison of changes in control inputs of the proposed model and the reference model [10].

همانطور که در شکل مشخص است سیگنال‌های کنترلی بسیار نرم بوده و تقریباً فاقد پدیده چترینگ هستند. در کنترل مد لغزشی کلاسیک، به دلیل استفاده از قانون کنترل ناپیوسته مبتنی بر تابع علامت، پدیده چترینگ ذاتاً وجود دارد و می‌تواند باعث نوسانات فرکانس بالا شود.

در طراحی پیشنهادی این مقاله، از چند راه‌کار برای کاهش یا حذف عملی چترینگ استفاده شده است:

➤ استفاده از رویکرد جبران اغتشاش: رویکرد پیشنهادی عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات را در زمان ثابت تخمین می‌زند و خروجی آن برای تولید ورودی پیوسته استفاده می‌شود. به این ترتیب، نیاز به اعمال مستقیم سیگنال ناپیوسته بر اساس خطا کاهش می‌یابد.

➤ طراحی جزء کنترل معادل پیوسته: بخش کنترل معادل از روی دینامیک اسمی و خروجی رویکرد استخراج شده و سیگنالی پیوسته تولید می‌کند، به‌ویژه در حالت ماندگار روی سطح لغزش.

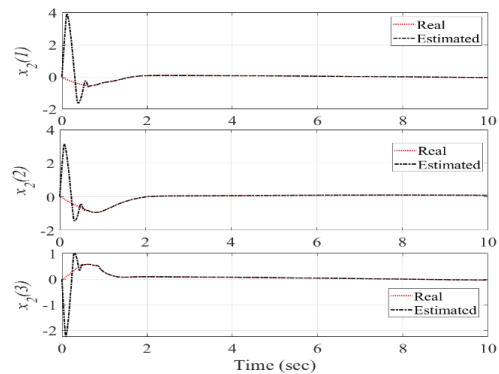
پردازنده نهفته میان‌رده اندازه‌گیری شده است. این موضوع نشان می‌دهد که پیاده‌سازی بلادرنگ کنترل‌کننده و رویتگر بر روی سخت‌افزارهای متعارف هوافضا امکان‌پذیر است.

البته لازم به‌ذکر است که پیاده‌سازی عملی سیستم کنترلی پیشنهادی ممکن است با چالش‌ها و محدودیت‌هایی روبرو گردد که در ادامه به تعدادی از آن‌ها اشاره می‌گردد:

- محدودیت‌های حسگر: عملکرد دقیق رویتگر پیشنهادی وابسته به دقت اندازه‌گیری وضعیت ماهواره است. در عمل، حسگرهای ارزان‌قیمت ممکن است دارای خطاهایی مانند بایاس، رانش یا دقت پایین باشند که می‌تواند دقت تخمین را تحت تأثیر قرار دهد.
- نقص‌های عملگر: در این مطالعه، دینامیک دقیق عملگرها مانند تأخیر، اشباع، یا رفتارهای غیرخطی نظیر ناحیه مرده یا هیستریزس (در چرخ‌های عکس‌العملی یا مگنتورکرها) مدل‌سازی نشده است. این عوامل در عمل می‌توانند بر دقت عملکرد کنترل اثرگذار باشند و نیازمند جبران‌سازی در طراحی نهایی هستند.
- عدم قطعیت در پارامترها: اگرچه عدم قطعیت‌های کراندار در طراحی در نظر گرفته شده‌اند، ولی انحراف زیاد از این حدود مثلاً در مقدار لحظه اینرسی ممکن است باعث کاهش مقاومت سیستم شود.
- محدودیت منابع سخت‌افزاری: فرض ما استفاده از پردازنده‌های میان‌رده با توان محاسباتی مناسب است. در پلتفرم‌های با توان پردازشی پایین، ممکن است نیاز به بهینه‌سازی‌های بیشتر در پیاده‌سازی کد وجود داشته باشد تا اجرای بلادرنگ تضمین گردد.

نتیجه‌گیری

یک روش کنترل فیدبک خروجی مبتنی بر ناظر اغتشاش با همگرایی تضمین‌شده در زمان ثابت برای مسئله کنترل وضعیت ماهواره‌ها ارائه شد. نتایج شبیه‌سازی، عملکرد مطلوب کنترلگر در ردیابی وضعیت و همچنین دقت بالای ناظر اغتشاش را در تخمین تابع عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات خارجی و نیز متغیر حالت سرعت نشان می‌دهند. کنترلگر طراحی شده توانسته است وضعیت مطلوب را با دقت بسیار بالا به‌دست آورد، و ناظر نیز تابع اغتشاشات خارجی را حتی در حضور عوامل تصادفی با دقت قابل توجهی تخمین زده است. تخمین دقیق تابع عدم قطعیت و استفاده از آن برای جبران اثرات عدم قطعیت، منجر به تولید سیگنال‌های کنترلی هموار شده است که یک مزیت بسیار مهم



شکل ۷- دقت و عملکرد URED مدل پیشنهادی در تخمین سرعت.

Fig. 7. Accuracy and URED performance of the proposed model in velocity estimation.

علاوه بر نتایج شبیه‌سازی امیدوارکننده‌ای که در بخش‌های قبل ارائه شد، پیاده‌سازی عملی چارچوب کنترلی پیشنهادی مستلزم در نظر گرفتن چندین عامل مهم در شرایط واقعی است. از جمله این ملاحظات می‌توان به محدودیت‌های اشباع عملگرها، تأثیر نویز اندازه‌گیری بر عملکرد رویتگر، و همچنین پیچیدگی محاسباتی مورد نیاز برای اجرای بلادرنگ اشاره کرد. در ادامه، این موارد مورد بررسی قرار می‌گیرند:

- محدودیت‌های اشباع عملگر: در شبیه‌سازی‌ها، مقدار ورودی کنترلی دارای کران در نظر گرفته شده و ضرایب کنترل به گونه‌ای طراحی شده‌اند که سیگنال‌های کنترلی در محدوده قابل تحمل برای عملگرهای واقعی (به‌ویژه در ماهواره‌های کوچک) باقی بمانند. این ملاحظه به حفظ امکان‌پذیری فیزیکی و قابلیت پیاده‌سازی عملی کمک می‌کند.
- نویز اندازه‌گیری: به‌منظور بررسی مقاومت رویتگر در برابر نویزهای واقعی، نویز سفید گاوسی به داده‌های شبیه‌سازی شده وضعیت اعمال شده است. نتایج به‌دست‌آمده (شکل‌های ۶ و ۷) نشان می‌دهند که رویتگر اغتشاش پیشنهادی با وجود حضور نویز، عملکرد دقیقی از خود نشان می‌دهد. این عملکرد مناسب ناشی از پایداری ذاتی و ویژگی همگرایی در زمان ثابت رویتگر است که برای کاربردهای واقعی بسیار حیاتی است.
- پیچیدگی محاسباتی و اجرای بلادرنگ: طراحی کنترل‌کننده و رویتگر تنها بر پایه عملیات جبری و توابع غیرخطی ساده (نظیر توان، تابع علامت و تابع اشباع) انجام شده است که پیاده‌سازی آن‌ها در سیستم‌های نهفته بسیار مناسب است. برای ارزیابی بار محاسباتی، از ابزارهای پروفایل‌گیری بلادرنگ در محیط متلب-سیمولینک استفاده شده و متوسط زمان اجرای حلقه کنترلی کمتر از ۱ میلی‌ثانیه بر روی یک

Systems, vol. 26, pp. 115-124, 2015, <https://doi.org/10.1007/s40313-014-0164-0>.

- [10] Y. Guo, B. Huang, S. M. Song, A. J. Li, and C. Q. Wang, "Robust saturated finite-time attitude control for spacecraft using integral sliding mode," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 42, no. 2, pp. 440-446, 2019, <https://doi.org/10.2514/1.G003520>.
- [11] A. Sahamijoo, F. Piltan, M. H. Mazloom, M. R. Avazpour, H. Ghiasi, and N. B. Sulaiman, "Methodologies of chattering attenuation in sliding mode controller," *International Journal of Hybrid Information Technology*, vol. 9, no. 2, pp. 11-36, 2016, <https://doi.org/10.14257/ijhit.2016.9.2.02>.
- [12] F. Shokouhi and A. H. Davaie Markazi, "A new continuous approximation of sign function for sliding mode control," in *6th International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM)*, Tehran, Iran, 2018.
- [13] V. Utkin, A. Poznyak, Y. Orlov, and A. Polyakov, "Conventional and high order sliding mode control," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 357, no. 15, pp. 10244-10261, 2020, <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2020.06.018>.
- [14] L. Fridman, J. A. Moreno, B. Bandyopadhyay, S. Kamal, and A. Chalanga, "Continuous nested algorithms: The fifth generation of sliding mode controllers," in *Recent Advances in Sliding Modes: from Control to Intelligent Mechatronics*, X. Yu and M. Önder Efe, Eds. Springer Cham, 2015, pp. 5-35, https://doi.org/10.1007/978-3-319-18290-2_2.
- [15] P. M. Tiwari, S. Janardhanan, and M. un Nabi, "Attitude control using higher order sliding mode," *Aerospace Science and Technology*, vol. 54, pp. 10-113, 2016, <https://doi.org/10.1016/j.ast.2016.04.012>.
- [16] Y. Guo, b. Huang, J. H. Guo, A. Li, and C.Q. Wang, "Velocity-free sliding mode control for spacecraft with input saturation," *Acta Astronautica*, vol. 154, pp. 1-8, 2019, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.10.045>.
- [17] K. Zhang, G. R. Duan, and M. D. Ma, "Dynamic output feedback sliding mode control for spacecraft hovering without velocity measurements," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 356, no. 4, pp. 1991-2014, 2019, <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2019.01.030>.
- [18] L. Yuan, G. Ma, C. Li, and B. Jiang, "Finite-time attitude tracking control for spacecraft without angular velocity measurements," *Journal of Systems Engineering and Electronics*, vol. 28, no. 6, pp. 1174-1185, 2017, <https://doi.org/10.21629/JSEE.2017.06.15>.
- [19] Q. Hu and B. Jiang, "Continuous finite-time attitude control for rigid spacecraft based on angular velocity observer," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 54,

محسوب می‌شود. همچنین، در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های تصادفی، روش پیشنهادی را از نظر عملیاتی کارآمد ساخته است.

تعارض منافع

هیچگونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده‌است.

مراجع

- [1] S. Shikai, Z. Qun, T. Bailing, and W. Fang, "Finite-time sliding mode attitude control for rigid spacecraft without angular velocity measurement," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 354, no. 12, pp. 4656-4674, 2017, <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2017.04.020>.
- [2] J. Beyramzad, K. Daneshjou, and E. Khanmirza, "Design a finite-time chattering free attitude controller for rigid spacecrafts without angular velocity measurement using interval type-II fuzzy logic nonsingular terminal sliding mode and nonlinear extended state observer," in *21st International Conference of Iranian Aerospace Society*, Tehran, Iran, 2023, pp. 1-8.
- [3] Y. Shtessel, C. Edwards, L. Fridman, and A. Levant, *Sliding Mode Control and Observation*, New York: Birkhäuser, 2014, <https://doi.org/10.1007/978-0-8176-4893-0>.
- [4] J. Liu and X. Wang, *Advanced Sliding Mode Control for Mechanical Systems*, Berlin: Springer, 2012, <https://doi.org/10.1007/978-3-642-20907-9>.
- [5] X. Yu, Y. Feng, and Z. Man, "Terminal sliding mode control—An overview," *IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society*, vol. 2, pp. 36-52, 2020, <https://doi.org/10.1109/OJIES.2020.3040412>.
- [6] Z. Song, H. Li, and K. Sun, "Finite-time control for nonlinear spacecraft attitude based on terminal sliding mode technique" *ISA Transactions*, vol. 53, no. 1, pp. 117-124, 2014, <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2013.08.008>.
- [7] H. Yadegari, J. Beyramzad, and E. Khanmirza, "Magnetorquers-based satellite attitude control using interval type-II fuzzy terminal sliding mode control with time delay estimation," *Advances in Space Research*, vol. 69, no. 8, pp. 3204-3225, 2022, <https://doi.org/10.1016/j.asr.2022.01.018>.
- [8] S. Dey, D. K. Giri, K. Gaurav, and V. Laxmi, "Robust nonsingular terminal sliding mode attitude control of satellites," *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 34, no. 1, 2021, [10.1061/\(ASCE\)AS.1943-5525.0001224](https://doi.org/10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0001224).
- [9] P. M. Tiwari, S. Janardhanan, and M. Nabi, "Rigid spacecraft attitude control using adaptive non-singular fast terminal sliding mode," *Journal of Control, Automation and Electrical*

- IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 56, no. 11, pp. 2727-2733, 2011, <https://doi.org/10.1109/TAC.2011.2160030>.
- [27] T. N. Truong, A. T. Vo, H. J. Kang, and T. D. Le, "An observer-based fixed time sliding mode controller for a class of second-order nonlinear systems and its application to robot manipulators," in *18th International Conference, ICIC, Conference proceedings, Xi'an, China, 2022*, https://doi.org/10.1007/978-3-031-13832-4_44.
- [28] V. I. Utkin, *Sliding Modes in Control and Optimization*, Berlin, Germany: Springer, 2013, https://doi.org/10.1007/978-3-642-84379-2_6.
- [29] X. T. Tran and H. J. Kang, "Continuous adaptive finite-time modified function projective lag synchronization of uncertain hyperchaotic systems," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 40, no. 3, pp. 853-860, 2018, <https://doi.org/10.1177/014233121667045>.
- [30] M. Azadmanesh, J. Roshanian, and M. Hassanalian, "Fast terminal sliding mode control for the soft landing of a space robot on an asteroid considering a barycentric gravitational model," *Journal of Aerospace Science and Technology*, vol. 16, no. 1, pp. 66-76, 2023, <https://doi.org/10.22034/jast.2023.394618.1147>.
- [31] M. Azadmanesh, J. Roshanian, and M. Hassanalian, "A fuzzy fast terminal approach for tracking a probe around an asteroid," *Journal of Aerospace Science and Technology*, vol. 16, no. 2, pp. 1-10, 2023, <https://doi.org/10.22034/jast.2022.362213.1131>.
- no. 3, pp. 1082-1092, 2017, <https://doi.org/10.1109/TAES.2017.2773340>.
- [20] M. Malekzadeh and H. Sadeghian, "Attitude control of spacecraft simulator without angular velocity measurement," *Control Engineering Practice*, vol. 84, pp. 72-81, 2019, <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2018.11.011>.
- [21] A. Bani Younes and D. Mortari, "Derivation of all attitude error governing equations for attitude filtering and control," *Sensors*, vol. 19, no. 21, 2019, Art. no. 4682, <https://doi.org/10.3390/s19214682>.
- [22] A. Bani Younes, D. Mortari, J. D. Turner, and J. L. Junkins, "Attitude error kinematics," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 37, no. 1, pp. 330-336, 2014, <https://doi.org/10.2514/1.60928>.
- [23] N. Nazari, H. Moladavoudi, and J. Beyramzad, "Finite time sliding mode control for agile rigid satellite with CMG actuators using fast high-order sliding mode observer," *Aerospace Systems*, vol. 7, pp. 363-383, 2024, <https://doi.org/10.1007/s42401-024-00283-4>.
- [24] J. L. Crassidis and F. Landis Markley, "Attitude estimation using modified rodrigues parameters," in *Flight Mechanics/Estimation Theory Symposium*, Greenbelt, Maryland, 1996, pp. 71-86.
- [25] Z. Zuo, "Non-singular fixed-time terminal sliding mode control of non-linear systems," *IET control theory & applications*, vol. 9, no. 4, pp. 545-552, 2015, <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2014.0202>.
- [26] E. Cruz-Zavala, J. A. Moreno, and L. M. Fridman, "Uniform robust exact differentiator,"