

## Original Research Paper

# Magnetometer Calibration Using a Nonlinear Optimal Approach

Amir Labibian\* 

Satellite Research Institute, Iranian Space Research Center, Tehran, Iran

**ARTICLE INFO****Article History:**

Received 05 December 2024

Revised 08 March 2025

Accepted 17 April 2025

Available Online 17 April 2025

**Keywords:**

Magnetometer

Calibration

Optimal

Maximum-likelihood

Monte Carlo simulation

**ABSTRACT**

Magnetometer is one of the main sensors in satellite attitude determination and control subsystems and its data calibration plays an important role in mission's success. In this paper, the subject of magnetometer calibration using two optimal approaches is analyzed and their robustness in the presence of measurement disturbances is investigated. In this regard, firstly, a measurement model which contains main magnetometer parameters, namely, biases, scale factors and non-orthogonality corrections is presented. Then, two approaches for magnetometer calibration are proposed. In the first approach which is a centered method, nonlinear magnetometer calibration problem is transferred to a linear problem and calibration parameters are derived. However, in the second method which is based on maximum likelihood approach, magnetometer calibration problem is considered as a nonlinear problem and calibration parameters are estimated. Two kinds of magnetic field profiles are considered to evaluate the performance of calibration methods for a LEO satellite. According to the results, accuracy of the maximum likelihood approach is much better than centered method. Finally, in order to assess the robustness of the two presented methods, 100 Monte Carlo simulations are performed. Based on the Monte Carlo simulations results, estimation of calibration parameters using maximum likelihood approach is much smoother and calibration parameters are estimated more accurately.

\*Corresponding Author's E-mail: [a.labibian@gmail.com](mailto:a.labibian@gmail.com)**How to Cite this Article:**A. Labibian, "Magnetometer calibration using a nonlinear optimal approach," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 18, No. 2, pp. 1-9, 2025, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jsst.2025.1512>.**COPYRIGHTS**© 2025 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [The Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

### مقاله پژوهشی

# کالیبراسیون حسگر مغناطیسی با استفاده از رویکرد بهینه غیر خطی

امیر لبیبیان\* 

استادیار، پژوهشکده سامانه‌های ماهواره، پژوهشگاه فضایی ایران، تهران، ایران

## چکیده

حسگر مغناطیسی از حسگرهای کلیدی در زیرسیستم تعیین و کنترل وضعیت ماهواره بوده و کالیبراسیون داده‌های آن نقشی اساسی در موفقیت ماموریت دارد. در این مقاله موضوع کالیبراسیون حسگر مغناطیسی با استفاده از دو رویکرد متمرکز و بیشینه احتمال دو مرحله‌ای مورد تحلیل قرار گرفته و میزان مقاومت آن‌ها به اختلالات موجود در اندازه‌گیری بررسی می‌شود. در این راستا پس از ارائه مدل اندازه‌گیری حسگر مغناطیسی که ارتباط بین بردار میدان مغناطیسی زمین، بردار اندازه‌گیری و اختلالات را نشان می‌دهد، دو رویکرد برای حل مسئله کالیبراسیون مطرح شده است. ابتدا با استفاده از روش متمرکز، مسئله غیرخطی کالیبراسیون به مسئله‌ای خطی تبدیل شده و سپس پارامترهای کالیبراسیون استخراج می‌شوند. در ادامه، در رویکرد دوم، مسئله کالیبراسیون به صورت یک مسئله غیرخطی در نظر گرفته شده و با استفاده از روش بیشینه احتمال پارامترهای کالیبراسیون تخمین زده می‌شوند. به جهت ارزیابی عملکرد دو روش ارائه شده، دو نوع پروفایل میدان مغناطیسی برای یک ماهواره LEO مد نظر قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهند که خطای روش بیشینه احتمال دو مرحله‌ای به مراتب کمتر از روش متمرکز است. در انتها و به جهت بررسی مقاومت روش‌ها به اختلالات اندازه‌گیری، ۱۰۰ اجرا برای شبیه‌سازی مونت کارلو در نظر گرفته می‌شود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی مونت کارلو نشان دهنده رفتار هموارتر و همچنین خطای کمتر روش بیشینه احتمال نسبت به روش متمرکز است.

## اطلاعات مقاله

### تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۵ آذر ۱۴۰۳

بازنگری ۱۸ اسفند ۱۴۰۳

پذیرش ۲۸ فروردین ۱۴۰۴

اولین انتشار ۲۸ فروردین ۱۴۰۴

### واژه‌های کلیدی:

کالیبراسیون

حسگر مغناطیسی

بهینه

بیشینه احتمال

شبیه‌سازی مونت کارلو

\*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: [a.labibian@gmail.com](mailto:a.labibian@gmail.com)

### How to Cite this Article:

A. Labibian, "Magnetometer calibration using a nonlinear optimal approach," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 18, No. 2, pp. 1-9, 2025, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jsst.2025.1512>.



### COPYRIGHTS

© 2025 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [The Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



فضایما است [۸]. از سوی دیگر، دقت نصب حسگرهای مغناطیسی نسبت به قاب بدنی از عوامل موثر در فرایند تخمین وضعیت است. بنابراین، لازم است تا به طریق مقتضی در انتهای فرآیند تجمع و یکپارچه‌سازی ماتریس‌های نصب حسگرهای تعیین وضعیت در اختیار طراحان زیرسیستم تعیین و کنترل وضعیت قرار گیرد تا بروزسانی بر اساس آخرین تغییرات انجام شود. کالیبراسیون حسگر مغناطیسی معمولاً با استفاده از روش‌های دسته‌ای انجام می‌شود که در آن تمام داده‌ها پس از ذخیره‌سازی برای تعیین پارامترهای نامشخص به کار گرفته می‌شوند. این فرایند چندین بار در طول عمر فضایما انجام می‌گیرد تا بتوان از دقت اندازه‌گیری‌های حسگر مغناطیسی اطمینان حاصل کرد.

برای کالیبراسیون حسگر مغناطیسی یک گام اولیه، بررسی نرم بردارهای اندازه‌گیری در دستگاه بدنی و دستگاه مرجع مغناطیسی زمین است. درحالی‌که نویز اندازه‌گیری در نظر گرفته نشود، نرم دوبردار به دلیل اینکه ماتریس وضعیت اندازه بردارها را تغییر نمی‌دهد باید برابر باشد. این گام اولیه به‌عنوان بررسی اسکالر شناخته می‌شود [۹]. پس از این گام اولیه و با در نظر گرفتن نویز اندازه‌گیری، مسئله کالیبراسیون حسگر مغناطیسی شامل تابع هزینه از مرتبه چهار شده که باید مینیمم شود. برای حل این مسئله می‌توان از تقریب‌های متمرکز استفاده کرد. در این روش با تعریف وزن‌های میانگین در مسئله حداقل مربعات، تابع هزینه به یک تابع مرتبه دو تبدیل شده و با استفاده از روش‌های حداقل مربعات خطی قابل حل خواهد بود [۱۰]. در صورتی‌که در روش بیشینه احتمال دو مرحله‌ای، بدون استفاده از تقریب‌های خطی، تخمین پارامترهای کالیبراسیون با استفاده از مینیمم‌سازی تابع بیشینه احتمال و بر مبنای تکرارهای حداقل مربعات غیرخطی انجام خواهد شد.

پس از انتخاب ساختار و الگوریتم‌های مناسب جهت تعیین وضعیت و کالیبراسیون حسگرها، لازم است تا عملکرد این الگوریتم‌ها در محیطی مشابه با محیط کارکردی ماهواره مورد سنجش قرار گیرد. برای این منظور می‌توان از بسترهای سخت‌افزار در حلقه برای شبیه‌سازی دینامیک دورانی بهره گرفت [۱۱].

در این پژوهش، جهت کالیبراسیون حسگر مغناطیسی رویکردی دو مرحله‌ای ارائه می‌شود که پس از انجام مرحله نخست، از این مقادیر به‌عنوان تخمین‌های اولیه در یک مسئله حداقل مربعات غیرخطی بهره گرفته می‌شود. بنابراین، با استفاده از این روش تخمین بایاس‌ها، ضرایب مقیاس و پارامترهای مربوط به تصحیحات عدم تعاد امکان‌پذیر خواهد بود. همچنین، به‌منظور بررسی میزان مقاوم بودن روش به عوامل تصادفی و نویزهای اندازه‌گیری از شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده می‌شود تا عملکرد روش در حضور اغتشاشات ارزیابی شود.

## علائم و اختصارات

A	ماتریس وضعیت
$\frac{1}{B}$	بردار اندازه‌گیری میدان مغناطیسی
D	ماتریس ضرایب کالیبراسیون
N	تعداد اندازه‌گیری‌ها
$\frac{1}{R}$	بردار میدان مغناطیسی حاصل از مدل
$\frac{1}{b}$	بردار بایاس
k	لحظه اندازه‌گیری
$\frac{1}{\varepsilon}$	بردار نویز موثر
-	بالانویس متغیر مرکزی
-	بالانویس متغیر متمرکز

## مقدمه

یکی از موضوعات کلیدی در تعیین وضعیت ماهواره‌ها، انتخاب حسگرهای تعیین وضعیت است. با توجه به نوع و الزامات ماموریتی مشخص شده برای زیرسیستم تعیین و کنترل وضعیت، ترکیب‌های متفاوتی از حسگرهای تعیین وضعیت به کار گرفته شده‌اند [۴-۱]. حسگر مغناطیسی، حسگر خورشید، حسگر ستاره، ژایروسکوپ و حسگر افق زمین از جمله حسگرهای تعیین وضعیت هستند که در ماموریت‌های مختلف فضایی بر اساس دقت مورد نیاز به کار گرفته شده‌اند [۵-۷]. از میان حسگرهای تعیین وضعیت، حسگر مغناطیسی برای ماهواره‌های در ارتفاع پایین زمین<sup>۱</sup> دارای اهمیت ویژه‌ای است. این حسگر در مدهای عملکردی مختلفی از جمله آرام‌سازی<sup>۲</sup>، نشانه‌روی زمین<sup>۳</sup>، نشانه‌روی خورشید و انتقال مداری قابل استفاده است. از مزایای مهم این حسگر، به‌کارگیری در تمام بازه‌های زمانی تناوب مداری (حتی در زمان قرارگیری در سایه) و به‌کارگیری در سرعت‌های دورانی بالاست.

یکی از موضوعات اساسی در دقت تعیین وضعیت مبتنی بر اندازه‌گیری حسگر مغناطیسی، دقت کالیبراسیون آن می‌باشد. دقت تعیین وضعیت با استفاده از حسگر مغناطیسی سه محوره وابسته به مواردی از جمله: بایاس‌ها، ضرایب مقیاس و تصحیحات عدم تعاد می‌باشد. ضرایب مقیاس و تصحیحات عدم تعاد به دلیل عدم تعاد محورهای حسگر مغناطیسی خواهند بود که به نوبه خود ناشی از گردان‌های دمایی داخل حسگر مغناطیسی یا تنش‌های مکانیکی

1. LEO  
2. Detumbling  
3. Nadir Pointing

مینا قرار می‌گیرد. بنابراین با توجه به مدل مطرح شده برای اندازه‌گیری بردار میدان مغناطیسی این اختلاف به صورت زیر خواهد بود:

$$y_k \equiv \left\| \overset{\Gamma}{B}_k \right\|^2 - \left\| \overset{\Gamma}{R}_k \right\|^2 = -\overset{\Gamma}{B}_k^T \left[ 2D^{true} + (D^{true})^2 \right] \overset{\Gamma}{B}_k + 2\overset{\Gamma}{B}_k^T (I_3 + D^{true}) \overset{\Gamma}{b}^{true} - \left\| \overset{\Gamma}{b}^{true} \right\|^2 + \nu_k \quad (3)$$

رابطه (۳) به عنوان رابطه اندازه‌گیری مستقل از وضعیت بر حسب پارامترهای کالیبراسیون به میزان زیادی غیرخطی است. با تعریف یک بردار حالت بهبود یافته می‌توان میزان غیرخطی بودن را به یک ترم تقلیل داد. برای این منظور از ماتریس E که با رابطه (۴) تعریف می‌شود استفاده خواهد شد [۱۲]:

$$E^{true} \equiv 2D^{true} + (D^{true})^2 = \begin{bmatrix} E_{11}^{true} & E_{12}^{true} & E_{13}^{true} \\ E_{12}^{true} & E_{22}^{true} & E_{23}^{true} \\ E_{13}^{true} & E_{23}^{true} & E_{33}^{true} \end{bmatrix} \quad (4)$$

با تعریف انجام شده معادله اندازه‌گیری مستقل از وضعیت به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$y_k = L_k x^{true} - \left\| \overset{\Gamma}{b} \left( \overset{\Gamma}{x}^{true} \right) \right\|^2 + \nu_k \quad (5)$$

که در آن  $L_k$  و  $\overset{\Gamma}{x}^{true}$  به عنوان بردار حالت بهبود یافته و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$L_k \equiv \left[ 2\overset{\Gamma}{B}_k^T \quad -\overset{\Gamma}{S}_k^T \right] \quad (6)$$

$$\overset{\Gamma}{x}^{true} \equiv \left[ \left( \overset{\Gamma}{C}^{true} \right)^T \quad \left( E^{true} \right)^T \right] \quad (7)$$

همانطور که از رابطه (۵) مشخص است با تغییر بردار حالت، تنها ترم غیرخطی بر حسب  $\overset{\Gamma}{x}^{true}$  خواهد بود. این معادله با استفاده از روش‌های حل مبتنی بر تکرار قابل حل است.

پس از انجام محاسبات نیاز است تا  $\hat{x}'$  به متغیرهای  $D$  و  $\overset{\Gamma}{b}$  تبدیل شود.

### روش حل متمرکز

با استفاده از تقریب مرکزی‌یابی، وابستگی غیرخطی  $\left\| \overset{\Gamma}{b} \right\|^2$  در معادله (۵) از بین می‌رود و محاسبه پارامترهای کالیبراسیون بدون نیاز به تکرار

در این مقاله، ابتدا مسئله کالیبراسیون حسگر مغناطیسی با استفاده از مدل ریاضی برای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی مطرح شده است. سپس، روش متمرکز برای محاسبه پارامترهای کلیدی در مسئله کالیبراسیون مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ادامه، روش دو مرحله‌ای بر اساس رویکرد بیشینه احتمال ارائه خواهد شد. برای بررسی عملکرد روش‌های ارائه شده، دو نوع پروفایل میدان مغناطیسی برای یک ماهواره LEO در نظر گرفته می‌شود تا نتایج حاصل از کالیبراسیون مورد تحلیل و ارزیابی قرار گیرند. سپس، به جهت بررسی میزان مقاومت روش‌ها در حضور اغتشاشات، شبیه‌سازی مونت کارلو برای ۱۰۰ حالت تصادفی انجام گرفته و نتایج ارائه می‌شود. در انتها، جمع‌بندی و نتیجه‌گیری بررسی‌های انجام گرفته آورده شده است.

### مسئله کالیبراسیون حسگر مغناطیسی

مدل ریاضی یک حسگر مغناطیس سه محوره را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت [۱۲]:

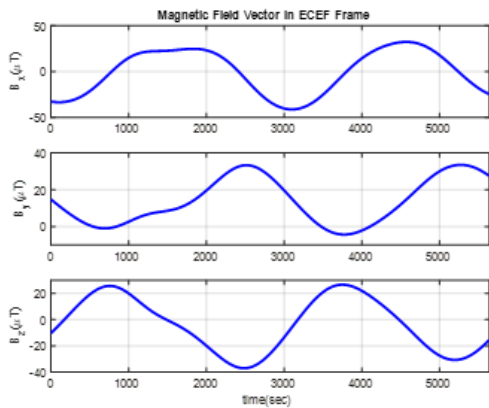
$$\overset{\Gamma}{B}_k = (I_3 + D^{true})^{-1} (O^T A_k^{true} \overset{\Gamma}{R}_k + \overset{\Gamma}{b}^{true} + \overset{\Gamma}{\varepsilon}_k), \quad k = 1, 2, K, N \quad (1)$$

که در آن  $\overset{\Gamma}{B}_k$  بردار اندازه‌گیری حسگر مغناطیس در زمان  $t_k$ ، بردار متناظر میدان مغناطیسی نسبت به سیستم زمین مرکز/زمین ثابت (ECEF)،  $A_k^{true}$  ماتریس وضعیت نامعلوم حسگر مغناطیس نسبت به مختصات زمین ثابت،  $D^{true}$  ماتریس نامعلوم شامل ضرایب مقیاس (المان‌های قطری) و تصحیحات عدم تعامد (المان‌های غیر قطری)،  $O$  ماتریس متعامد،  $\overset{\Gamma}{b}^{true}$  بردار بایاس،  $\overset{\Gamma}{\varepsilon}_k$  بردار نویز اندازه‌گیری بوده که فرایندی گوسی با میانگین صفر و کوواریانس  $\Sigma_k$  در نظر گرفته می‌شود و  $N$  تعداد کل اندازه‌گیری‌هاست. ماتریس  $D^{true}$  که در بردار پارامترهای کالیبراسیون حسگر مغناطیسی است به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$D^{true} = \begin{bmatrix} D_{11}^{true} & D_{12}^{true} & D_{13}^{true} \\ D_{12}^{true} & D_{22}^{true} & D_{23}^{true} \\ D_{13}^{true} & D_{23}^{true} & D_{33}^{true} \end{bmatrix} \quad (2)$$

هدف از مسئله کالیبراسیون حسگر مغناطیسی، تخمین ماتریس  $D^{true}$  و بردار  $\overset{\Gamma}{b}^{true}$  به صورت مستقل از وضعیت است. برای این موضوع اختلاف نرم بردار میدان مغناطیسی در قاب مرجع و قاب بدنی

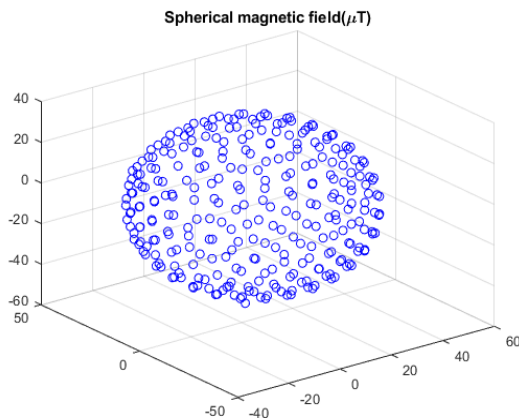
برای مسئله کالیبراسیون حسگر مغناطیسی بیان شد، دو نوع پروفایل میدان مغناطیسی برای یک ماهواره LEO در مدار دایروی ۵۰۰ کیلومتری جهت شبیه‌سازی مد نظر قرار می‌گیرد. در حالت اول، میدان مغناطیسی بر اساس مدل IGRF-13 در دستگاه ECEF و مطابق شکل ۱ در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱- پروفایل میدان مغناطیسی در مدار دایروی با ارتفاع ۵۰۰ کیلومتر.

Fig. 1. Magnetic field profile of a 500 km circular orbit.

در حالت دوم و به جهت در نظر گرفتن تمام وضعیت‌های قاب بدنی ماهواره نسبت به قاب مرجع مداری، بیشینه مقدار میدان مغناطیسی در مدار برای تولید یک میدان مغناطیسی کروی مد نظر قرار می‌گیرد (شکل ۲).



شکل ۲- پروفایل میدان مغناطیسی کروی.

Fig. 2. Spherical magnetic field profile.

جهت شبیه‌سازی خروجی حسگر مغناطیسی، پارامترهای جدول ۱ به‌عنوان مشخصات حسگر در نظر گرفته می‌شود:

میسر خواهد شد. بنابراین، متغیرهای مرکزی<sup>۱</sup> و متغیرهای متمرکز<sup>۲</sup> به‌صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۲]:

$$\bar{\sigma}^2 \equiv \left( \sum_{k=1}^N \sigma_k^{-2} \right)^{-1} \quad (8)$$

$$\bar{L} \equiv \bar{\sigma}^2 \sum_{k=1}^N \sigma_k^{-2} L_k, \quad \left\{ L_k \equiv L_k - \bar{L} \right. \quad (9)$$

$$\bar{y} \equiv \bar{\sigma}^2 \sum_{k=1}^N \sigma_k^{-2} y_k, \quad \left\{ y_k \equiv y_k - \bar{y} \right. \quad (10)$$

$$\bar{v} \equiv \bar{\sigma}^2 \sum_{k=1}^N \sigma_k^{-2} v_k, \quad \left\{ v_k \equiv v_k - \bar{v} \right. \quad (11)$$

$$\bar{\mu} \equiv \bar{\sigma}^2 \sum_{k=1}^N \sigma_k^{-2} \mu_k, \quad \left\{ \mu_k \equiv \mu_k - \bar{\mu} \right. \quad (12)$$

متغیرهای مرکزی و متغیرهای متمرکز دارای معادلات اندازه‌گیری زیر هستند [۱۲]:

$$\bar{y} = \bar{L} \mathbb{I} x^{true} - \left\| \mathbb{b} \left( \mathbb{I} x^{true} \right) \right\|^2 + \bar{v} \quad (13)$$

$$\left\{ y_k = L_k \mathbb{I} x^{true} + v_k \right. \quad (14)$$

رابطه (۱۳) بر حسب  $\mathbb{I} x^{true}$  خطی است، بنابراین می‌توان از روش حل حداقل مربعات خطی استفاده کرد.

## الگوریتم کالیبراسیون بیشینه احتمال

در این الگوریتم در قدم اول از روش متمرکز برای مقداردهی اولیه مسئله حداقل مربعات غیرخطی استفاده شده و در مرحله دوم از مینیمم‌سازی بیشینه احتمال غیرخطی جهت تخمین بهینه  $\mathbb{I} x^{true}$  استفاده می‌شود. بخش مبتنی بر داده که در مرحله دوم باید مینیمم شود به‌صورت زیر است:

$$J \left( \mathbb{I} x^{true} \right) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \left[ \frac{1}{\sigma_k^2} \left( y_k - L_k \mathbb{I} x^{true} + \left\| \mathbb{b} \left( \mathbb{I} x^{true} \right) \right\|^2 - \mu_k \right)^2 + \dots \right. \quad (15)$$

$$\left. \log \sigma_k^2 \right]$$

برای تکرارهای حداقل مربعات غیرخطی، نیاز است تا مشتق جزئی

$$h \left( \mathbb{I} x' \right) \equiv L_k \mathbb{I} x' - \left\| \mathbb{b} \left( \mathbb{I} x' \right) \right\|^2$$

نسبت به  $\mathbb{I} x'$  محاسبه شود [۱۲].

## شبیه‌سازی و مقایسه روش‌ها

بر اساس آنچه در خصوص الگوریتم‌های متمرکز و بیشینه احتمال

1. Center  
2. Centered

جدول ۱- مشخصات حسگر مغناطیسی.

بدنی ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری است، پروفایل شکل ۲ مد نظر قرار می‌گیرد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای این پروفایل در جدول ۳ ارائه شده است:

جدول ۳- نتایج کالیبراسیون با استفاده از پروفایل مغناطیسی کروی.

Table 3. Calibration results using spherical magnetic profile.

Calibration Parameters	Calibration Components	Centered Method ( $X_i \pm 3\sigma$ )	Two-Step Method ( $X_i \pm 3\sigma$ )
Bias	$b_1$	$6.9905 \pm 0.0217$	$7.0058 \pm 0.0163$
	$b_2$	$5.0002 \pm 0.0079$	$5.0045 \pm 0.0129$
	$b_3$	$8.9968 \pm 0.0105$	$9.0075 \pm 0.0182$
Scale Factors	$D_{11}$	$0.7985 \pm 0.0034$	$0.7985 \pm 0.0034$
	$D_{22}$	$0.1990 \pm 0.0022$	$0.1990 \pm 0.0022$
	$D_{33}$	$0.4988 \pm 0.0028$	$0.4988 \pm 0.0028$
Non-Orthogonality Corrections	$D_{12}$	$0.0699 \pm 0.0003$	$0.0699 \pm 0.0003$
	$D_{13}$	$0.0799 \pm 0.0003$	$0.0799 \pm 0.0003$
	$D_{23}$	$0.0499 \pm 0.0003$	$0.0499 \pm 0.0003$

در خصوص مقادیر به‌دست آمده برای خطای  $3\sigma$  ذکر این نکته ضروری است که برای ضرایب مقیاس و تصحیحات عدم تعاد از مرتبه  $10^{-5}$  قابل تشخیص خواهند بود.

### تحلیل مقاوم بودن روش‌های ارائه شده در حضور عدم قطعیت‌ها در تخمین پارامترهای حسگر مغناطیسی

پس از ارائه نتایج شبیه‌سازی و مقایسه عملکرد دو روش متمرکز و دو مرحله‌ای برای تخمین پارامترهای کلیدی حسگر مغناطیسی، لازم است تا مقاومت دو روش نسبت به تغییرات با ماهیت تصادفی سنجیده شود. برای این منظور، با استفاده از رویکرد مونت کارلو مقاومت دو روش مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. بنابراین، با انجام ۱۰۰ شبیه‌سازی مونت کارلو، نتایج حاصل از تخمین پارامترهای حسگر مغناطیسی به‌صورت زیر است:

Table 1. Magnetometer characteristics.

Bias [ $b_1$ $b_2$ $b_3$ ]	[7 5 9] $\mu T$
Scale Factors [ $D_{11}$ $D_{22}$ $D_{33}$ ]	[0.8 0.2 0.5] $\mu T$
Non-Orthogonality Corrections [ $D_{12}$ $D_{13}$ $D_{23}$ ]	[0.07 0.08 0.05] $\mu T$
Accuracy	0.3 $\mu T$

با توجه به پروفایل میدان مغناطیسی شکل ۱ و پارامترهای جدول ۱، نتایج شبیه‌سازی برای دو روش ارائه شده به‌صورت زیر است:

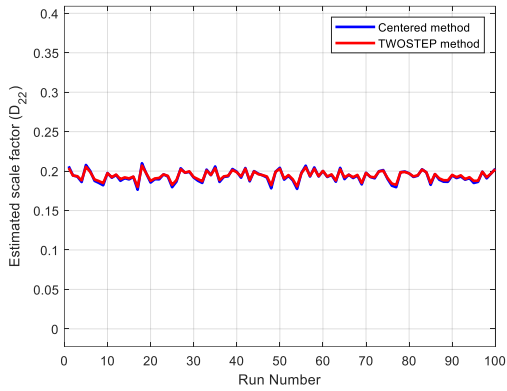
جدول ۲- نتایج کالیبراسیون با استفاده از پروفایل مغناطیسی مداری.

Table 2. Calibration results using orbital magnetic profile.

Calibration Parameters	Calibration Components	Centered Method ( $X_i \pm 3\sigma$ )	Two-Step Method ( $X_i \pm 3\sigma$ )
Bias	$b_1$	$6.9953 \pm 0.0457$	$7.0013 \pm 0.0335$
	$b_2$	$4.8239 \pm 0.6020$	$4.9295 \pm 0.1363$
	$b_3$	$8.8948 \pm 0.3557$	$8.9627 \pm 0.1016$
Scale Factors	$D_{11}$	$0.7995 \pm 0.0011$	$0.7989 \pm 0.0043$
	$D_{22}$	$0.1933 \pm 0.0216$	$0.1940 \pm 0.0176$
	$D_{33}$	$0.4966 \pm 0.0101$	$0.4965 \pm 0.0108$
Non-Orthogonality Corrections	$D_{12}$	$0.0696 \pm 0.0023$	$0.0702 \pm 0.0020$
	$D_{13}$	$0.0797 \pm 0.0017$	$0.0802 \pm 0.0019$
	$D_{23}$	$0.0456 \pm 0.0140$	$0.0481 \pm 0.0040$

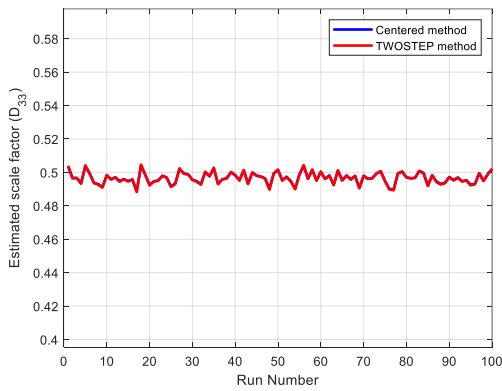
همان‌گونه که از نتایج جدول ۲ مشخص است، خطای روش بیشینه احتمال در تخمین بایاس حسگر که از پارامترهای کلیدی در دقت تخمین وضعیت است به‌طور قابل ملاحظه‌ای کمتر از روش متمرکز است.

در ادامه و برای درنظر گرفتن حالتی عام که مستقل از وضعیت قاب



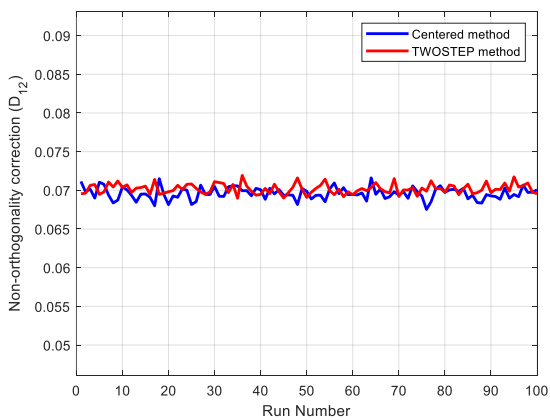
شکل ۶- ضریب مقیاس تخمین زده شده (D<sub>22</sub>).

Fig. 6. Estimated scale factor (D<sub>22</sub>).



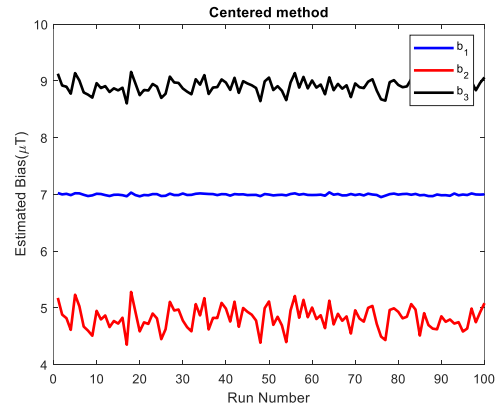
شکل ۷- ضریب مقیاس تخمین زده شده (D<sub>33</sub>).

Fig. 7. Estimated scale factor (D<sub>33</sub>).



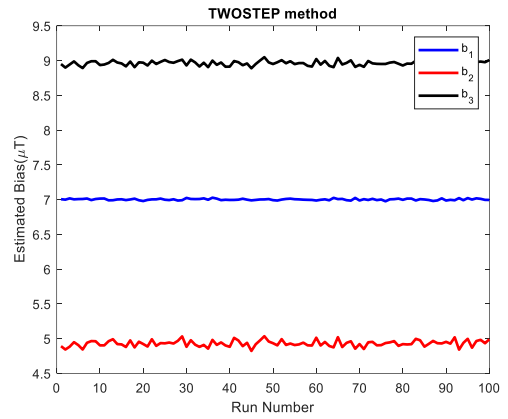
شکل ۸- تصحیحات عدم تعامد تخمین زده شده (D<sub>12</sub>).

Fig. 8. Estimated misalignments (D<sub>12</sub>).



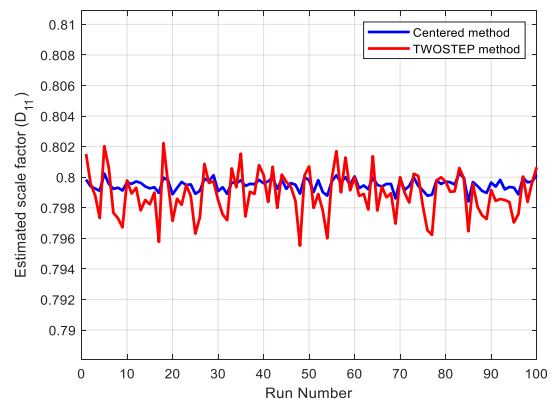
شکل ۳- بایاس تخمین زده شده با استفاده از روش متمرکز.

Fig. 3. Estimated bias using centered method.



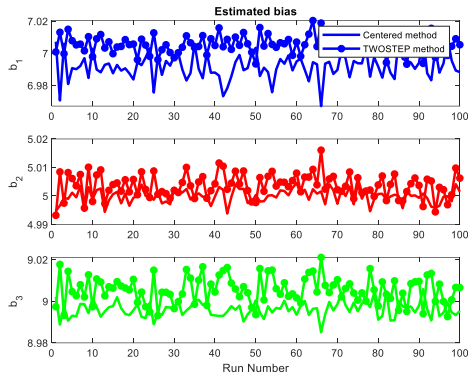
شکل ۴- بایاس تخمین زده شده با استفاده از روش بیشینه احتمال دو مرحله‌ای.

Fig. 4. Estimated bias using Two-Step maximum likelihood method.



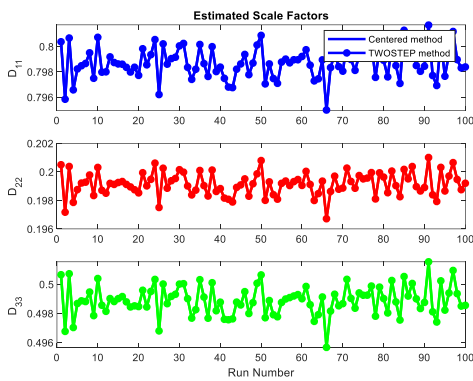
شکل ۵- ضریب مقیاس تخمین زده شده (D<sub>11</sub>).

Fig. 5. Estimated scale factor (D<sub>11</sub>).



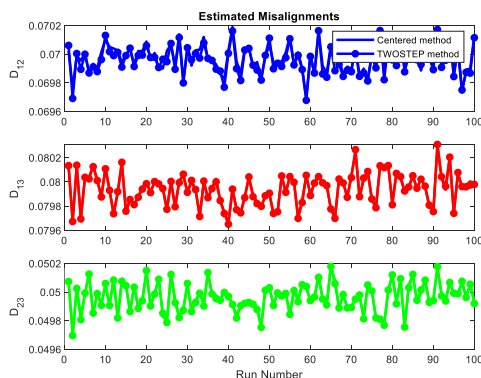
شکل ۱۱- مقایسه بایاس‌های تخمین زده شده با در نظر گرفتن پروفایل میدان مغناطیسی کروی.

Fig. 11. Comparison of estimated biases using spherical magnetic field profile.



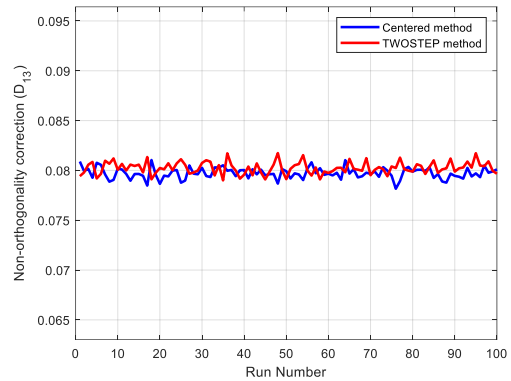
شکل ۱۲- مقایسه ضرایب مقیاس تخمین زده شده با در نظر گرفتن پروفایل میدان مغناطیسی کروی.

Fig. 12. Comparison of estimated scale factors using spherical magnetic field profile.



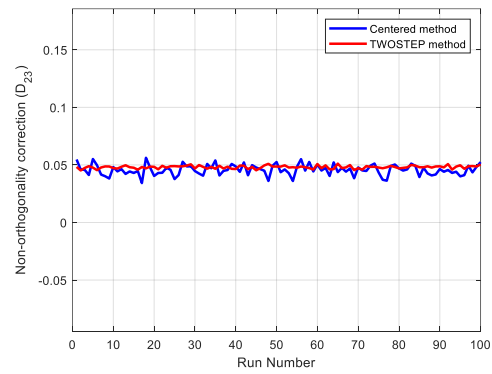
شکل ۱۳- مقایسه تصحیحات عدم تعامد تخمین زده شده با در نظر گرفتن پروفایل میدان مغناطیسی کروی.

Fig. 13. Comparison of estimated misalignments using spherical magnetic field profile.



شکل ۹- تصحیحات عدم تعامد تخمین زده شده (D13).

Fig. 9. Estimated misalignments (D13).



شکل ۱۰- تصحیحات عدم تعامد تخمین زده شده (D23).

Fig. 10. Estimated misalignments (D23).

همانطور که از شکل‌های ۳ و ۴ مشخص است، روش بیشینه احتمال دو مرحله‌ای خطای تخمین بایاس را به‌طور قابل ملاحظه‌ای کاهش داده و تخمین بایاس هموارتر است. در خصوص تخمین ضرایب مقیاس، همانطور که در شکل‌های ۵ تا ۷ مشخص است با توجه به محدوده تغییرات آن‌ها، کارایی دو روش تقریباً مشابه است. در مورد تصحیحات عدم تعامد بر اساس شکل‌های ۸ تا ۱۰، دقت تخمین با روش بیشینه احتمال دو مرحله‌ای افزایش یافته است. لذا در مجموع می‌توان نتیجه گرفت که کارایی روش بیشینه احتمال دو مرحله‌ای به دلیل در نظر گرفتن مدل غیرخطی در مسئله کالیبراسیون بهتر خواهد بود. بنابراین، در مواردی که دقت تخمین وضعیت بالا از الزامات عملکردی است راه حلی مناسب خواهد بود.

در انتها، با در نظر گرفتن پروفایل میدان مغناطیسی کروی، مقاومت روش‌ها در ۱۰۰ اجرای مونت کارلو برای حالتی مستقل از زوایای قاب بدنی ماهواره نسبت به قاب مرجع مداری مورد سنجش قرار می‌گیرد. نتایج حاصل از دو روش در این حالت به‌صورت زیر خواهد بود:

- filter approach," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 35, no. 6, pp. 1693-1701, 2012, <https://doi.org/10.2514/1.57344>.
- [3] R. Opromolla, G. Fasano, G. Rufino, M. Grassi, C. Pernechele, and C. Dionisio, "A new star tracker concept for satellite attitude determination based on a multi-purpose panoramic camera," *Acta Astronautica*, vol. 140, pp. 166-175, 2017, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2017.08.020>.
- [4] B. Hou, Z. He, H. Zhou, and J. Wang, "Integrated design and accuracy analysis of star sensor and gyro on the same benchmark for satellite attitude determination system," *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, vol. 6, no. 4, pp. 1074-1080, 2019, <https://doi.org/10.1109/JAS.2019.1911600>.
- [5] S. Fujita, Y. Sato, T. Kuwahara, Y. Sakamoto, and K. Yoshida, "Attitude maneuvering sequence design of high-precision ground target tracking control for multispectral Earth observations," in *IEEE/SICE International Symposium on System Integration (SII)*, Paris, France, pp. 153-158, 2019, <https://doi.org/10.1109/SII.2019.8700434>.
- [6] S. Ikari et al., "Attitude determination and control system for the PROCYON micro-spacecraft," *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, vol. 60, no. 3, pp. 181-191, 2017, <https://doi.org/10.2322/tjsass.60.181>.
- [7] T. Nguyen, K. Cahoy, and A. Marinan, "Attitude determination for small satellites with infrared Earth horizon sensors," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 55, no. 6, pp. 1466-1475, 2018, <https://doi.org/10.2514/1.A34010>.
- [8] R. Alonso and M. D. Shuster, "Complete linear attitude-independent magnetometer calibration," *Journal of Astronautical Science*, vol. 50, no. 4, pp. 477-490, 2002, <https://doi.org/10.1007/BF03546249>.
- [9] J. R. Wertz, "Three-axis attitude determination methods," in *Spacecraft Attitude Determination and Control*, J. R. Wertz, Ed. Astrophysics and Space Science Library, vol. 73, Dordrecht: Springer Netherlands, 1978, pp. 410-435, [https://doi.org/10.1007/978-94-009-9907-7\\_12](https://doi.org/10.1007/978-94-009-9907-7_12).
- [10] B. Gambhir, "Determination of magnetometer biases using Module RESIDG," Computer Sciences Corporation, Falls Church, VA, USA, Tech. Rep. 3000-32700-01TN, 1975.
- [11] M. Rivandi, M. Mirshams, and M. Zarourati, "Design and implementation of a balance system for the cubesat attitude determination and control tabletop simulator," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 16, no. 1, pp. 75-88, 2023, (in Persian), <https://doi.org/10.30699/jsst.2023.1426>.
- [12] F. L. Markley and J. L. Crassidis, *Fundamental of Attitude Determination and Control*, Springer, 2014, <https://doi.org/10.1007/978-1-4939-0802-8>.

همانطور که از شکل ۱۱ مشخص است، دقت نهایی تخمین بایاس در روش بیشینه احتمال دو مرحله‌ای بهتر از روش متمرکز است. در خصوص ضرایب مقیاس و تصحیحات عدم تعاد بر اساس شکل‌های ۱۲ و ۱۳ کارکرد دو روش تقریباً یکسان می‌باشد.

## نتیجه‌گیری

در این مقاله موضوع کالیبراسیون حسگر مغناطیسی برای یک ماهواره LEO با استفاده از دو روش متمرکز و بیشینه احتمال دو مرحله‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. در روش متمرکز مسئله غیرخطی کالیبراسیون با استفاده از چند تبدیل، مسئله‌ای خطی شده و پارامترهای مدل محاسبه خواهند شد. در صورتی که در رویکرد بیشینه احتمال دو مرحله‌ای، ترم‌های غیرخطی حفظ شده و مسئله بهینه با مدل اندازه‌گیری کامل حل می‌گردد. دو نوع پروفایل میدان مغناطیسی جهت بررسی عملکرد روش‌ها مد نظر قرار می‌گیرد. پروفایل اول مطابق با میدان مغناطیسی در مدار دایروی در ارتفاع ۵۰۰ کیلومتری و پروفایل دوم کروی شکل و بر اساس بیشینه مقدار میدان مغناطیسی در این مدار خواهد بود. بر مبنای نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی و با فرض عدم قطعیت در مقادیر اولیه پارامترهای کالیبراسیون، دقت روش بیشینه احتمال دو مرحله‌ای در محاسبه بایاس‌ها به ترتیب  $0.3\%$ ،  $0.1\%$  و  $0.1\%$  میکرو تسلا در بازه  $\pm 3\sigma$  خواهد بود. برای ضرایب مقیاس و تصحیحات عدم تعاد دقت تخمین پارامترها به‌طور میانگین بهتر از  $0.1\%$  است. همچنین، برای ارزیابی مقاومت روش‌ها به پارامترهای تصادفی، هر دو روش برای ۱۰۰ اجرای مونت کارلو مورد بررسی قرار گرفته‌اند. نتایج حاصل از شبیه‌سازی مونت کارلو نشان دهنده این است که در روش دو مرحله‌ای مبتنی بر بیشینه احتمال، تخمین پارامترها هموارتر و با دقت بالاتر انجام می‌شود. لذا این رویکرد به‌عنوان روشی کارا برای استفاده در ماهواره‌های LEO پیشنهاد می‌شود.

## تعارض منافع

هیچگونه تعارض منافع توسط نویسنده بیان نشده‌است.

## مراجع

- [1] L. Farian, P. Häfliger, and J. A. Leñero-Bardallo, "A miniaturized two-axis ultra low latency and low-power sun sensor for attitude determination of micro space probes," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 65, no. 5, pp. 1543-1554, 2017, <https://doi.org/10.1109/TCSI.2017.2763990>.
- [2] J. D. Searcy and H. J. Pernicka, "Magnetometer-only attitude determination using novel two-step Kalman