

Research Paper

Sensitivity Analysis Based on Progressive LHS Applied to Hydrazine Catalyst Bed Design

M. Nadafipour Meybodi¹, H. Naseh^{2*} and F. Ommi³

1. Aerospace Research Institute, Ministry of Science Research and Technology, Tehran, Iran

3. Department of Mechanical Engineering, Tarbiyat Modares University, Tehran, Iran

*hnaseh@ari.ac.ir

Now, the required samples to achieve the specific precision of sensitivity analysis in design are performed based on trial and error methods. The purpose of this paper is to develop an approach for determining the number of the required sample to achieve the specific precision of sensitivity analysis. Thus, in this paper, a new sensitivity analysis method is proposed based on the Progressive Latin hypercube Sampling (PLHS) and the convergence of the analysis results. For this purpose, a PLHS method has been developed. This cystic approach has led to a sensitivity analysis of accuracy, efficiency, and speed in a variety of models with a large number of large parameters and large changes. Sensitivity analysis has been performed on the design of a hydrazine monopropellant thruster catalyst bed model as a case study. The results of this study indicate that in the sensitivity analysis based on the PLHS, the minimum population required for sensitivity analysis with specified accuracy can be determined. This leads to lower processing costs in the sensitivity analysis process, especially in complex models.

Keywords: Sensitivity analysis; Progressive latin hypercube sampling; Design of experiments; Catalyst bed

1. PhD Student
2. Assistant Professor (Corresponding Author)
3. Professor

مقاله علمی - پژوهشی

تحلیل حساسیت مبتنی بر اَبر مکعب لاتین پیش‌رونده مطالعه موردی: طراحی بستر کاتالیست هیدرازینی

محمد ندافی پور مبینی^۱، حسن ناصح^{۲*} و فتح اله اُمی^۳

۱ و ۲- پژوهشکده سامانه‌های فضانوردی، پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم، تحقیقات و فناوری، تهران، ایران

۳- گروه مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

*hnaseh@ari.ac.ir

در حال حاضر، تعداد نمونه مورد نیاز برای رسیدن به دقت تحلیل حساسیت معیندر طراحی، براساس روش‌های سعی و خطا در طراحی صورت می‌پذیرد. هدف این مقاله، توسعه روشی است برای تعیین تعداد نمونه مورد نیاز براساس معیار مشخص برای رسیدن به دقت تحلیل حساسیت معین می‌باشد. لذا در این مقاله، یک روش تحلیل حساسیت جدید مبتنی بر طرح آزمایشات ابرمکعب لاتین پیش‌رونده و همگرایی نتایج تحلیل ارائه شده است. برای این منظور یک روش نمونه‌برداری ابرمکعب لاتین پیش‌رونده توسعه داده شد. این رویکرد سیستماتیک منجر به تحلیل حساسیت دقیق، کارآمد و سریع در مدل‌های مختلف و با تعداد پارامترهای زیاد و بازه تغییرات بزرگ شده‌است. تحلیل حساسیت روی مدل طراحی بستر کاتالیستی یک رانشگر تک پیش‌رانه هیدرازینی به عنوان مطالعه موردی، انجام شده‌است و نتایج تحلیل حساسیت طراحی بستر کاتالیستی ارزیابی و تحلیل شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که در تحلیل حساسیت مبتنی بر ابرمکعب لاتین پیش‌رونده با مشخص شدن کمینه جمعیت مورد نیاز برای انجام تحلیل حساسیت با دقت مشخص، هزینه محاسباتی تحلیل‌های مشابه و پیچیدگی‌های طراحی کاهش خواهد یافت.

واژه‌های کلیدی: تحلیل حساسیت، اَبر مکعب لاتین پیش‌رونده، طرح آزمایش‌ها، بستر کاتالیستی

علائم و اختصارات

E_a	انرژی فعال‌سازی		
GSA	تحلیل حساسیت عمومی		
K	ضریب تابع نمایی	η_{cc}	راندمان ترموشیمیایی بستر کاتالیستی
k	ثابت سینتیک	ρ_{ij}	ضریب همبستگی خطی
LCC	ضریب همبستگی خطی	ΔP	افت فشار بستر کاتالیستی
LH	نمونه‌برداری ابرمکعب لاتین	A	پارامتر پیش‌نمایی
M_{CB}	جرم بستر کاتالیستی	C^*	سرعت مشخصه محصولات واکنش
M_{CBp}	جرم ذرات کاتالیست	C_i	غلظت گونه
M_{CBs}	جرم بدنه بستر کاتالیستی	D_{cc}	قطر محفظه واکنش
$\bar{M}$	جرم مولی معادل مخلوط واکنش	DOE	تولید طرح آزمایش
n_i	تعداد نمونه‌های مرحله آم	d_p	قطر معادل ذرات کاتالیست
OALHS	نمونه‌برداری ابرمکعب لاتین بر مبنای آرایه‌های متعامد	DSA	تحلیل حساسیت دیفرانسیلی
OAS	نمونه‌برداری آرایه‌های متعامد	DSM	ماتریس ساختار طراحی
P_{CC}	فشار محفظه واکنش		
PLHS	نمونه‌برداری ابرمکعب لاتین پیش‌رونده		
r^*	سرعت واکنش		

۱. دانشجوی دکتری
 ۲. استادیار (نویسنده مخاطب)
 ۳. استاد

آن به وضوح وابسته به مکان است، برای مطالعات با بازه های پارامتری گسترده کارایی چندانی ندارد [۴].

از سوی دیگر، تحلیل حساسیت های سراسری به بررسی تغییرات پاسخ مدل با تغییر تمام پارامترها در یک زمان می پردازد [۵]. روش تحلیل حساسیت عمومی^۷ (GSA) یکی از روش های سراسری است که برای غلبه بر محدودیت های روش های تحلیل حساسیت های محلی طراحی شده است. در این روش تعداد زیادی پارامتر تصادفی با استفاده از یک روش نمونه برداری ایجاد و سپس مجموعه پارامترهای تصادفی را به مجموعه های رفتاری و غیر رفتاری بر اساس یک آستانه از پیش تعیین شده برای پذیرش رفتار مدل تقسیم می کند. توزیع خواص تراکم فرکانس عملکرد مدل در بازه تغییرات هر پارامتر در زیرمجموعه رفتاری به عنوان شاخص های حساسیت پارامتری محاسبه می شوند. در ابتدا از روش مونت کارلو برای نمونه برداری پارامترهای طراحی در تحلیل حساسیت عمومی استفاده می شود [۶]. استفاده از نمونه برداری مونت کارلو از یک سو سادگی و از سوی دیگر ناکارآمدی محاسباتی تحلیل حساسیت عمومی را موجب می شود [۷]. لذا در سال های اخیر رویکردهای تحلیل حساسیت سراسری مبتنی طرح آزمایش های^۸ (DOE) رواج پیدا کرده اند. استفاده از چنین رویکردهایی دستیابی به مزایای تحلیل حساسیت سراسری را در حین حفظ کارایی محاسباتی امکان پذیر می سازد. تکنیک های نمونه برداری شبه تصادفی^۹، نمونه برداری طبقه های^{۱۰}، طرح آزمون فاکتوریل کامل و جزئی، ابرمکعب لاتین^{۱۱} (LHS) [۸]، نمونه برداری منظم شبکه، توالی سوبول^{۱۲} [۹]، آرایه های متعامد^{۱۳} (OAS)، ابرمکعب لاتین بر مبنای آرایه های متعامد^{۱۴} (OALHS) و رویه پاسخ^{۱۵} (RSM) [۱۰] از رایج ترین روش های طرح آزمایش های به کار رفته در تحلیل حساسیت هستند.

روش متداول تحلیل حساسیت مبتنی بر طرح آزمایش ها شامل دو مرحله است. در مرحله اول مجموعه ای از پارامترهای نمونه در فضای پارامترهای طراحی با استفاده از یک رویکرد طرح آزمایش های انتخاب شده تولید می شود. در مرحله دوم یک نسبت کمی از تغییرات خروجی مدل به علت تغییر پارامترهای مختلف طراحی استخراج می شود. در پیاده سازی تحلیل حساسیت های مبتنی بر طرح آزمایش ها، انتخاب یک استراتژی نمونه برداری با تراکم

RMSE	خطای مربع متوسط ریشه ماتریس ضرایب خطی
RSM	رویه پاسخ
S(n,m)	ماتریس نمونه $m \times n$
SA	تحلیل حساسیت
T	دمای واکنش
T_0	دمای پیش رانه ورودی به بستر
t_{CB}	ضخامت بدنه بستر کاتالیستی
y_i	نسبت جرم اجزاء واکنش
$y_{q,j}$	متغیرهای باینری کمکی
ε	تخلخل بستر کاتالیستی
ρ	چگالی مخلوط
T	ضریب تصحیح جمعیت

مقدمه

مدل سازی های کامپیوتری به عنوان یک ابزار قدرتمند در بسیاری از کاربردهای علوم پایه و مهندسی، مورد استفاده قرار می گیرند. با توجه به هزینه محاسبات و پیچیدگی های مدل ها، محققان در تلاشند با شناسایی برخی از پارامترها و متغیرهای با تأثیر ناچیز بر خروجی های مسئله و حذف محاسبات مربوطه، هزینه محاسبات را در ازای کاهش اندکی در دقت مدل سازی، کاهش دهند. بنابراین بررسی عدم وابستگی پارامترهای طراحی نسبت به یکدیگر و اثر آن ها بر خروجی ها و کارایی مدل و ارزیابی پارامترهایی که کاهش مشخصه های عدم قطعیت آن ها بیشترین تأثیر را در بهبود عملکرد مدل سازی دارد، اجتناب ناپذیر است. شناسایی پارامترهای تأثیر گذار بر خروجی های مدل و کمی نمودن معیارهای ارزیابی تأثیر هر پارامتر بر عملکرد مدل، تحلیل حساسیت^۴ (SA)، یکی مهم ترین فعالیت های بهینه سازی مدل ها در علوم مختلف به شمار می آید [۱-۳].

به طور کلی، رویکردهای تحلیل حساسیت به دو گروه، تحلیل حساسیت محلی و تحلیل حساسیت سراسری^۵، تقسیم بندی می شوند. تحلیل حساسیت محلی تغییرات پاسخ مدل را با تغییر یک پارامتر با ثابت نگه داشتن سایر پارامترها بررسی می کند. روش های مختلفی برای تحلیل حساسیت (محلی) ارائه شده است. تحلیل حساسیت دیفرانسیلی^۶ (DSA) یکی از ساده ترین و رایج ترین روش تحلیل حساسیت محلی است. در این روش با استفاده از مشتقات جزئی تغییرات محدودی از پارامترها در یک مکان ثابت، تأثیرات پارامتر مورد نظر بر سایر پارامترها و خروجی مدل به عنوان اندازه گیری حساسیت پارامتری محاسبه می شود. با وجود ویژگی های سادگی عملکرد و وضوح خروجی های تحلیل حساسیت دیفرانسیلی، از آنجا که در این روش تنها حساسیت محلی ارزیابی می شود، ارزش

7. Generalized Sensitivity Analysis
8. Design Of Experiment
9. Pseudo Random Sampling
10. Stratified Sampling
11. Latin Hypercube
12. Sobol' Sequences
13. Orthogonal Array
14. Orthogonal Array Based Latin Hypercube
15. Response Surface Method

4. Sensitivity Analysis
5. Global Sensitivity Analysis
6. Differential Sensitivity Analysis

الگوریتم تحلیل حساسیت پیش‌رونده

استفاده از محاسبات دقیق در فرآیند بهینه‌سازی، به‌خصوص برای مسائل بزرگ و با حجم پردازش بالا، ممکن است به افزایش هزینه و زمان محاسبات منجر شود [۱۱]. از این رو، با به‌کارگیری مدل‌های جایگزین و ابزارهایی چون تحلیل حساسیت در فرآیند بهینه‌سازی، حجم و زمان محاسبات کاهش خواهد یافت. در این مطالعه تحلیل حساسیت بر اساس فرایند (گام‌های) زیر استخراج می‌شود.

جدول ۱- فرآیند تحلیل حساسیت مبتنی بر ابرمکعب لاتین پیش‌رونده

الگوریتم تحلیل حساسیت
❖ تعریف پارامترهای طراحی و بازه تغییرات آن‌ها ❖ تعریف تعداد نمونه‌گیری (برای دو تکرار اول) ❖ تولید طرح آزمایش (DOE) توسط روش ابرمکعب لاتین پیش‌رونده (PLHS) ❖ محاسبه پاسخ‌های طرح آزمایش‌ها ❖ محاسبه ماتریس ضرایب خطی تحلیل حساسیت ❖ محاسبه خطای مربع متوسط ریشه ماتریس ضرایب خطی (RMSE) نسبت به تکرار قبلی. ❖ برای RMSE کمتر از ۰.۹۸٪، یک آزمایش جدید طراحی با افزایش تعداد جمعیت با خطای تولیدی، بر اساس تخمین جمعیت مبتنی بر رابطه (۱)، در مرحله قبل تولید می‌شود آزمایش قبلی ساخته می‌شود. این روش ادامه خواهد یافت تا اینکه شرایط همگرایی تحلیل حساسیت ارضا شود.

رابطه (۱) معرف معیار همگرایی نمونه‌برداری است. در این رابطه RMSE و n_i به ترتیب معرف جذر مربع متوسط خطای خروجی و تعداد نمونه‌های مرحله i ام است. K و τ نیز به ترتیب بیانگر ضریب تابع نمایی و ضریب تصحیح جمعیت هستند.

$$RMSE = Ke^{-\tau n_i} \quad (1)$$

نمونه‌برداری

در این مطالعه به‌منظور استخراج جمعیت لازم جهت انجام محاسبات تحلیل حساسیت از نمونه‌برداری ابرمکعب لاتین پیش‌رونده با توزیع یکنواخت در بازه تغییرات پارامترهای طراحی استفاده می‌شود.

روش نمونه‌برداری ابرمکعب لاتین (LHS) از مفهوم "مربع لاتین" در ریاضیات ترکیبی الهام گرفته شده است. مربع لاتینیک ماتریس n در n است که با n شیء مختلف، به‌عنوان مثال، اعداد، کاراکترها، نمادها و غیره، پر شده است. نحوه قرارگیری اشیاء در آن ماتریس به نحوی است که دو قانون را برآورده سازد. این دو قانون عبارتند از، هر شیء دقیقاً یک‌بار در هر سطر و دقیقاً یک‌بار در هر ستون اتفاق ظاهر شود. در شکل (۱) شمایی از یک مربع لاتین 4×4 با چهار شیء مختلف نمایش داده شده است. اصطلاح «لاتین» در مربعات لاتین از فعالیت‌های ریاضیدان مشهور، لئونارد اویلر، که از حروف لاتین به‌عنوان اشیاء استفاده می‌کردند، الهام شده است.

کافی نمونه‌ها و توزیع مناسب در کل فضای طراحی الزامی است. هرچند معمولاً مصالحه‌ای بین تعداد نمونه‌ها و هزینه محاسبات باید انجام شود. عملکرد یک استراتژی نمونه‌برداری و کیفیت نمونه‌های حاصل از آن مستقیماً بر کارایی و مقاومت نتایج تحلیل‌های مبتنی بر نمونه‌برداری تأثیرگذار است. در نهایت نمونه‌ای که قادر به نمایش ویژگی‌های توزیع شده در فضای پارامتری مسئله باشد، مرغوب‌ترین است. خواص توزیع یک نمونه معمولاً توسط پیش‌بینی‌های یک‌بعدی برای هر بعد، معیارهای پر شدن فضا و تحلیل همبستگی ارزیابی می‌شود. سهولت استفاده، اطمینان از برآورد خواص تصویر 16 یک‌بعدی و سهولت در ترکیب معیارهای دیگر (به‌عنوان مثال ارتوگونال و تقارن) به‌عنوان خواص نمونه‌برداری مطرح می‌شوند. یک استراتژی نمونه‌برداری را موفق گویند، هرگاه علاوه بر کلیه ویژگی‌های بالا قادر به مقیاس نمودن توزیع نقاط نمونه‌برداری با هر اندازه نمونه باشد. با این حال، «اندازه نمونه مناسب» برای یک مدل شبیه‌سازی داده شده و تجزیه و تحلیل مبتنی بر نمونه‌برداری معمولاً پیش‌فرض نیست. اندازه مناسب نمونه‌برداری به تعداد زیادی از نقاط نمونه اشاره دارد که منجر به همگرایی یا مقاومت 17 نتایج تجزیه و تحلیل می‌شود. از سوی دیگر، با فرض ناچیز بودن هزینه محاسبات مربوط به استراتژی نمونه‌برداری، هزینه محاسبات یک تجزیه و تحلیل مبتنی بر نمونه‌برداری به‌صورت خطی با اندازه نمونه‌ها افزایش می‌یابد. در چند دهه گذشته، فعالیت‌های بسیاری در زمینه‌ی توسعه و بهبود راهبردهای مختلف نمونه‌برداری انجام شده است. اما در هیچ یک معیاری برای بررسی کفایت نمونه‌برداری ارائه نشده است. هدف از این مقاله، ارائه یک رویکرد اثربخش و کارا در تحلیل حساسیت مبتنی بر طرح آزمایشات مکعب لاتین پیش‌رونده بر مبنای همگرایی خروجی‌های تحلیل حساسیت است. این رویکرد تحلیل حساسیت در مطالعه یک بستر کاتالیستی مورد استفاده در رانشگرهای تک پیش‌رانه بکار گرفته شده است. به‌طور کلی یافته‌های این مطالعه در تحلیل حساسیت مدل‌های پیچیده و با هزینه محاسبات بالا کاربرد دارد. بخش‌های این مقاله به شرح زیر است: بخش دوم این مقاله توضیحی از الگوریتم پیشنهادی تحلیل حساسیت ارائه می‌دهد. در این بخش ابتدا شرحی بر طرح آزمایشات ابرمکعب لاتین پیش‌رونده و در ادامه نحوه محاسبات ماتریس ضرایب خطی آمده است. در بخش سوم مدل‌سازی یک بستر کاتالیستی هیدرازینی به‌عنوان نمونه توصیف شده است. در بخش چهارم نتایج و بحث در خصوص تحلیل حساسیت انجام شده در موضوع مطالعه ارائه شده است و در نهایت، در بخش پنجم جمع‌بندی مطالعه ارائه شده است.

D	A	B	C
C	B	A	D
B	C	D	A
A	D	C	B

شکل ۱- شمایی از یک مربع لاتین

بعدی بر روی هر بعد از توزیع یکنواخت و یا هرگونه توزیع دیگر موردعلاقه را دنبال می کند. بنابراین، یک نمونه «ابرمکعب لاتین» است اگر و فقط اگر دارای ویژگی های تصویر یک بعدی باشد. از سوی دیگر نمونه های تولید شده بر اساس معیار LHS رسیدن به بیشینه طبقه بندی^{۱۹} در توزیع حاشیه ای^{۲۰} را برآورد می نماید، این درحالی ست که خواص توزیع چند متغیر، به عنوان مثال، خواص پر شدن فضا^{۲۱}، در فضای m بعدی لزوماً مورد توجه قرار نمی گیرند. تلاش های فراوانی با رویکردهای مختلف، از جمله LHS متعامد مبتنی بر آرایه^{۲۲}، LHS متعامد^{۲۳}، LHS متقارن^{۲۴}، در زمینه های مختلف برای بهبود عملکرد LHS اصلی انجام شده است.

تعریف ریاضی

از آنجا که PLHS از بسط LHS تولید می شود، ابتدا تعریف ریاضی LHS مجدداً ارائه می شود، سپس به PLHS بسط داده می شود. یک ماتریس نمونه $S(n, m)$ که شامل n در m عنصر یا متغیر است. درایه های این ماتریس شامل $x_{ij}; i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$ است که اعدادی در بازه $[0, 1]$ هستند. از سوی دیگر فاکتور فضا $[0, 1]^m$ به n فاصله^{۲۵}، انبارک^{۲۶} یا طبقه^{۲۷} مجزا به صورت $\left\{ \left[0, \frac{1}{n}\right], \left[\frac{1}{n}, \frac{2}{n}\right], \dots, \left[\frac{n-1}{n}, 1\right] \right\}$ تقسیم می شود. مجموعه ای جدید از متغیرهای باینری کمکی، $y_{q,j}$ ، به شکل زیر تعریف می شود.

$$y_{i,j} = \begin{cases} 1 & x_{i,j} \in H_j^i \\ 0 & x_{i,j} \notin H_j^i \end{cases} \quad (2)$$

ماتریس نمونه $S(n, m)$ را لاتین ابرمکعب گوئیم اگر شرط زیر، شرط خاصیت یک بعدی تصویر، برقرار باشد.

$$\frac{\sum_{j=1}^m \sum_{q=1}^n y_{q,j}}{n \times p} = 1 \quad (3)$$

سمت چپ معادله فوق اساساً یک تابع از ماتریس نمونه، $F(S(n, m))$ است، که بین ۱ (زمانی که نمونه ابرمکعب لاتین است) و $\frac{1}{n}$ (زمانی که تمام نمونه ها در یک فاصله واحد در هر بعد واقع شده است) متفاوت است.

از ابرمکعب لاتین می توان برای تولید تعداد نمونه های متغیر نیز بهره گرفت. این رویکرد را ابرمکعب لاتین پیش رونده (PLHS) می نامند. یکی از روش های ایجاد پیشروندگی در ابرمکعب لاتین رویکرد برش یا SLHS است.

LHS نیز ایده اصلی مانند مربعات لاتین، است. در حالت کلی، برای تولید n نمونه در یک فضای m بعدی، یک ابرمکعب واحد را در فضای m بعدی، $C^m = [0, 1]^m$ ، تشکیل می شود. هر بعد این ابرمکعب به n فاصله، سطح، با طول مساوی، $\frac{1}{n}$ ، تقسیم می شود. به عبارت دیگر در هر بعد فاصله هایی با احتمال برابر به شکل $\left\{ \left[0, \frac{1}{n}\right], \left[\frac{1}{n}, \frac{2}{n}\right], \dots, \left[\frac{n-1}{n}, 1\right] \right\}$ تعریف می شود. هر فاصله با نمایه $q = 1, 2, \dots, n$ نام گذاری می شود. سپس در هر فاصله نمونه ای اختیار می شود به نحوی که در هر سطح فقط و فقط یک نمونه وجود داشته باشد. خروجی LHS یک ماتریس $n \times m$ است که درایه های آن $x_{ij}; i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$ اعدادی در بازه $[0, 1]$ هستند؛ به نحوی که x_{ij} در ستون j تنها به یک فاصله دلالت داشته باشد. به عبارت دیگر q یک جایگشت تصادفی از $\{1, 2, \dots, n\}$ برای هر ستون است و هر ردیف ماتریس یک نقطه نمونه است. چنین ماتریسی با $LHS(n, m)$ نمایش داده می شود. نمونه ای از رویکرد LHS برای استخراج چهار نمونه در یک فضای دوبعدی در شکل (۲) نمایش داده شده است. در این مثال چهار نمونه به صورت یکنواخت در هر بعد توسط LHS توزیع شده اند. سایر توزیع ها، به عنوان نمونه توزیع نرمال، تنها با به کارگیری توابع تبدیل مربوطه روی توزیع یکنواخت قابل پیاده سازی هستند.

		*	
			*
*			
	*		

شکل ۲- شمایی از نحوه استخراج چهار نمونه در یک فضای دوبعدی

اساس LHS تضمین می کند که نمونه ها با خواص تصویر^{۱۸} یک بعدی تولید شود، به نحوی که تصویر هر نمونه در فضای m

19. Stratification
20. Marginal Distributions
21. Space-Filling Properties
22. Orthogonal Array-Based
23. Orthogonal
24. Symmetric
25. Intervals
26. Bins
27. Strata

18. projection properties

$$U_{SP} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m \frac{1}{d_{ij}} \quad (8)$$

همان طور که مشاهده می شود، الگوریتم پیشنهادی دارای دو هدف، دستیابی به خواص ابرمکعب لاتین و دستیابی به بیشینه پراشندگی فضا است. در این مطالعه از الگوریتم ژنتیک (GA) چند هدفه برای دستیابی به خروجی های الگوریتم پیشنهادی استفاده شده است.

تحلیل حساسیت

برای ارزیابی همبستگی بین پارامترهای ورودی و پاسخ یک مسئله، رویکردهای مختلفی ارائه شده است. ثابت ضریب همبستگی پیرسون یا ضریب همبستگی خطی^{۳۲} (LCC) یک ابزار قدرتمند برای اندازه گیری رابطه خطی بین دو پارامتر مختلف است. ضریب همبستگی خطی در واقع بیانگر قدرت و جهت ارتباط بین دو متغیر است. ضریب همبستگی خطی برای هر ترکیبی از متغیرهای مستقل و وابسته به صورت ρ_{ij} بر اساس رابطه (۹) محاسبه می شود [۱۲].

$$\rho_{ij} = \frac{1}{N-1} \frac{\sum_{k=1}^N (\hat{y}^{(k)}(x_i) - \mu_{\hat{y}})(x_j^{(k)} - \mu_{x_j})}{\sigma_{\hat{y}}(x_i) \sigma_{x_j}} \quad (9)$$

این رابطه برای محاسبه ضرایب همبستگی خطی بین تناسب کمترین مربعات^{۳۳} یک رگرسیون درجه دوم $\sigma_{\hat{y}}(x_i)$ متغیر x_j بر روی نمونه $x_i^{(k)}$ و $x_j^{(k)}$ ، اندازه ضریب همبستگی خطی بر اساس نوع داده مورد بررسی بین صفر تا یک تغییر می کند. ضریب همبستگی بیش از ۰/۷ به طور کلی، رابطه قوی بین دو متغیر را نشان می دهد. این در حالی که است که ضریب همبستگی با اندازه کمتر از ۰/۳ ارتباط ضعیف بین دو پارامتر را توصیف می نماید. به طور معمول، تمام ضرایب همبستگی خطی به دست آمده از ترکیبی پارامترهای دو متغیر متغیرهای تابع در یک ماتریس به نام ماتریس ساختار طراحی^{۳۴} (DSM) ارائه می شود. ماتریس ساختار طراحی یک ماتریس متقارن است که در آن تمام عناصر قطری برابر واحد است [۱۳].

بستر کاتالیستی

در رانشگرهای تک پیش رانه بستر کاتالیستی واکنش شیمیایی، تجزیه پیش رانه، را کنترل می نماید. کنترل تجزیه پیش رانه به معنای کنترل عملکرد کلی موتور است که، اهمیت صحت عملکرد این جزء از رانشگر را افزایش می دهد [۱۴-۱۶]. فلزات واسطه و مشتقات

در SLHS مجموعه ای از متغیرهای باینری کمکی $y_{q,j}^t$ ، که مربوط به ماتریس نمونه L^t است، تعریف می شود. در این رابطه T معرف شماره برش است. این نکته قابل توجه است که تعداد نقاط نمونه در L^t ، با مجموع تعداد نمونه های برش ها برابر است.

$$L^t = U_{k=1}^t S_k(n_k, m)_K \quad t = 1, 2, 3, \dots, T \quad (4)$$

$$n_t = \sum_{k=1}^t n_k \quad (5)$$

در نهایت شرط لازم و کافی برای نمونه ای که ابرمکعب پیش رونده به شرح معادله زیر است.

$$\sum_{t=1}^T \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{q=1}^n y_{q,j}^t}{n_t * p} = T \quad (6)$$

با توجه به فرمول بندی فوق نسل SLHS، با x_{ij} به عنوان متغیرهای تصمیم گیری و $y_{q,j}^t$ به عنوان متغیرهای کمکی، را می توان به شکل یک مسئله بهینه سازی به شرح زیر معرفی نمود.

$$\max \left(\sum_{t=1}^T \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{q=1}^n y_{q,j}^t}{n_t * p} \right) \quad (7)$$

مشکل اصلی SLHS این است که هر چند تمامی برش ها الزامات ابرمکعب لاتین را بر آورده می نمایند، اما اجتماع آنها ممکن است خواص تصویر یک بعدی را دارا نباشند، لذا خروجی $SLHS^{TA}$ را شبه ابر مکعب لاتین^{۳۹} می نامند.

در روش پیشنهادی جهت ایجاد پیش رونده، افزایش تعداد نمونه به $n' > n$ ، ابتدا باید هر بعد از ابر مکعب واحد به n' بخش تقسیم شود. سپس نمونه های ارث گرفته شده از مرحله قبل در تقسیم بندی جدید جایگذاری می شود. نمونه های جدید به گونه ای تولید می شوند که بیشینه مقدار برای سمت چپ رابطه ۳ فراهم شود. ماتریس نمونه جدید با ترکیبی از نمونه های جدید و ارث گرفته شده از مرحله قبل تشکیل می شود. همانطور که مشاهده می شود ابر مکعب تولید شده در هر مرحله مجدداً خواص ابر مکعب لاتین را ارضا می نماید.

برای دستیابی به حداکثر خواص پراشندگی فضا در این مطالعه از روش انرژی پتانسیل نقطه نمونه^{۴۰} [۱۱] استفاده شده است. با توجه به روش انرژی پتانسیل نقطه نمونه، بهترین ابرمکعب لاتین زمانی بدست می آید که مقدار انرژی پتانسیل نقاط^{۴۱} (SPPE) نمونه برداری کمینه باشد. مقدار انرژی پتانسیل نقاط مطابق رابطه (۸) محاسبه می شود. در این رابطه d معرف فاصله نقطه i نسبت به نقطه j است.

32. Linear Correlation Coefficient

33. The Least-Squares

34. Quadratic Regression

35. Design Structure Matrix

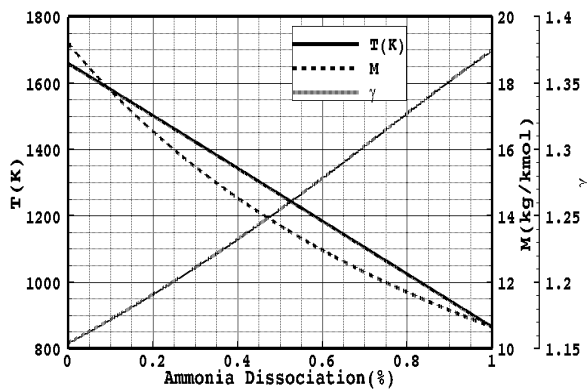
28. Sliced LHS

29. Quasi LHS

30. Sample Point's Potential Energy Method

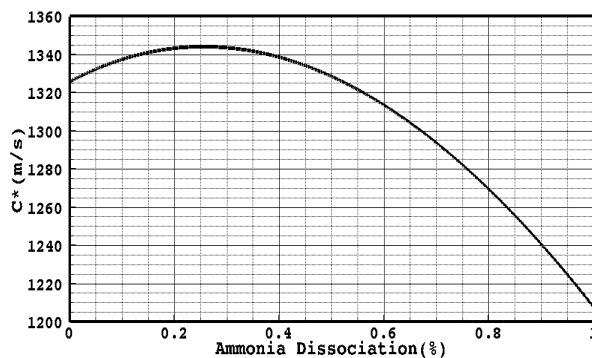
31. Point's Potential Energy

محصولات تجزیه هیدرازین به عنوان تابعی از پیشرفت تجزیه آمونیاک در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳- تغییرات خواص ترمودینامیکی محصولات تجزیه هیدرازین به عنوان تابعی از پیشرفت تجزیه آمونیاک

تغییرات سرعت مشخصه محصولات تجزیه هیدرازین به عنوان تابعی از پیشرفت تجزیه آمونیاک در شکل ۴ نشان داده شده است. بیشینه سرعت مشخصه C^* و در نتیجه بیشینه ضربه ویژه I_{sp} در محدوده‌ای که حدود ۲۰٪ آمونیاک تجزیه شود، به دست می‌آید.



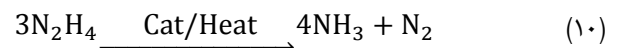
شکل ۴- تغییرات سرعت مشخصه محصولات تجزیه هیدرازین به عنوان تابعی از پیشرفت تجزیه آمونیاک

مدل سازی

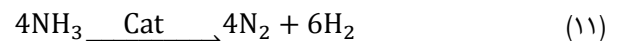
یک مدل تجزیه یک‌بعدی برای محاسبه تغییرات دما و تغییرات غلظت اجزای واکنش بر اثر عبور پیشراشه از بستر کاتالیزور توسعه داده شد. در این مدل یک واکنش دو مرحله‌ای برای تجزیه هیدرازین پیاده‌سازی شده است. در این مدل، هیدرازین ابتدا به آمونیاک و نیتروژن تجزیه می‌شود و در مرحله بعد آمونیاک به نیتروژن و هیدروژن تجزیه می‌شود. تجزیه هیدرازین هم در مکانیزم کاتالیستی و هم در مکانیزم دمایی صورت می‌پذیرد. این در حالی است که آمونیاک تنها در یک مکانیزم کاتالیستی تجزیه می‌شود.

آن‌ها رفتار کاتالیستی مناسبی دارند [۱۷]. از بین فلزات واسطه ایریدیوم و مشتقاتش به عنوان پوشش کاتالیست سنتی هیدرازین مطرح هستند. از آنجاکه ایریدیوم یک فلز نادر است، کاتالیزور مبتنی بر آن بسیار گران است و تلاش زیادی برای دستیابی به یک کاتالیزور ارزان قیمت، فعال، پایدار و قابل دسترس برای تجزیه هیدرازین انجام شده است [۱۷]. موفق‌ترین کاتالیست تجزیه هیدرازین تا سال ۱۹۶۳، شیل ۴۰۵ است. شیل ۴۰۵ از ۳۲ درصد ایریدیوم لایه نشانی شده بر پایه‌ی گاما آلومینا تشکیل شده است. این ترکیب توانایی انجام چند صد آغازش سرد، بدون هیچ گونه کاهش کارایی فراوانی، را داراست.

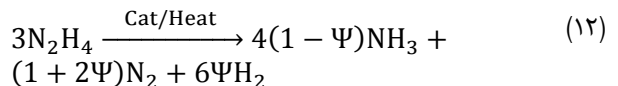
پیشراشه هیدرازین در مجاورت کاتالیست‌های خود بر اساس معادله (۱۱) به نیتروژن و آمونیاک تجزیه می‌شود. تجزیه هیدرازین یک واکنش گرمازا^{۳۶} با افزایش حجم است. هیدرازین بلافاصله پس از تماس با کاتالیست تجزیه می‌شود. در نتیجه، فشار و دمای محفظه واکنش به سرعت افزایش می‌یابد. انرژی آزاد شده این واکنش حدود ۳۳۶/۳ کیلوژول بر مول است. این فرآیند ممکن است به صورت کاتالیستی یا دمایی رخ دهد.



علاوه بر این، آمونیاک معمولاً در مجاورت برخی فلزات و به خصوص کاتالیست‌های بر پایه ایریدیوم با توجه به معادله (۱۱) به نیتروژن و هیدروژن تجزیه می‌شود. تجزیه آمونیاک یک واکنش گرماگیر است و انرژی جذب آن حدود ۱۴۴/۵ کیلوژول بر مول است.



بنابراین تجزیه هیدرازین در یک محفظه واکنش را می‌توان به شکل (۱۲) ساده کرد. در این رابطه Ψ معرف میزان پیشرفت تجزیه آمونیاک است. میزان پیشرفت تجزیه آمونیاک در حالت کلی تابعی از نوع و هندسه کاتالیست، فشار محفظه واکنش و زمان ماند پیشراشه است.



در نتیجه، خواص ترمودینامیکی محصولات تجزیه هیدرازین، وزن مولکولی، نسبت گرمای ویژه و دمای آن به میزان پیشرفت تجزیه هیدرازین و تجزیه آمونیاک بستگی دارد. تجزیه هیدرازین با آزاد کردن انرژی حرارتی دمای محصولات واکنش را افزایش می‌دهد. این درحالی که است که تجزیه آمونیاک باعث کاهش دما و وزن مولکولی محصولات خواهد شد. خواص ترمودینامیکی

جدول ۲- انرژی فعال سازی و پارامتر پیش‌نمایی مدل آرنیوس برای تجزیه هیدرازین و آمونیاک

Reactant	Reaction	A	E _a
	Catalytic	1.50 e+4	2777.78
	Thermal	2.14 e+10	18333.33
	Catalytic	2.53 e+10	27777.78

انرژی فعال‌سازی تنها یک تابعی از طبیعت واکنش و نوع کاتالیست مورد استفاده در واکنش است. به عبارت دیگر، انرژی فعال‌سازی از هندسه و شرایط واکنش تأثیر نمی‌پذیرد. از آنجاکه هیدرازین ناپایدارتر از آمونیاک است، انرژی فعال‌سازی تجزیه آن به مراتب کمتر از انرژی فعال‌سازی تجزیه آمونیاک است. از این‌رو، سینتیک تجزیه هیدرازین، کل پروسه کاتالیستی محفظه واکنش موتور را کنترل می‌کند. از سوی دیگر در مدل آرنیوس پارامتر پیش‌نمایی مانند یک عامل مقیاس عمل می‌کند و واحد آن بر ثانیه است. عامل پیش‌نمایی، در مقایسه با انرژی فعال شدن، علاوه بر نوع کاتالیست، تابعی از هندسه بستر کاتالیستی و شرایط واکنش است.

معادلات (۱۳) الی (۱۶) $\dot{m}$ و G به ترتیب معرف دبی جرمی جریان و ضریب بارگذاری پیش‌رانه روی بستر کاتالیستی هستند. A_p معرف سطح گذر مخصوص بستر کاتالیستی در واحد حجم است که می‌تواند از رابطه زیر محاسبه شود. در این معادله D_p و ε به ترتیب معرف قطر معادل ذرات کاتالیست و نسبت تخلخل بستر هستند.

$$A_p = \frac{(1 - \varepsilon)}{12D_p} \quad (19)$$

$K_{(C_i)}$ ضریب انتقال جرم است و به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$K_{C_i} = \frac{0.185928G}{\rho} Sc^{0.667} Re^{-0.41} \quad (20)$$

$$Sc = \frac{\rho D_i}{\mu} \quad (21)$$

$$Re = \frac{G}{\mu A_p} \quad (22)$$

تغییرات غلظت گونه‌های واکنش نیز از رابطه (۲۳) قابل محاسبه است.

$$\frac{dC_i}{dx} = \rho \frac{dy_i}{dx} + \frac{C_i}{\rho} \frac{d\rho}{dx} \quad (23)$$

در رابطه (۲۳) ρ بیانگر چگالی مخلوط است و تغییرات چگالی مخلوط با فرض گاز کامل برای مخلوط واکنش با استفاده از رابطه (۲۴) قابل محاسبه است. در این رابطه $\bar{M}$ برابر با جرم مولی معادل مخلوط واکنش است که از رابطه (۲۵) محاسبه می‌شود.

$$\frac{d\rho}{dx} = \rho \left[\frac{1}{P} \frac{dP}{dx} + \frac{1}{\bar{M}} \frac{d\bar{M}}{dx} - \frac{1}{T} \frac{dT}{dx} \right] \quad (24)$$

تحلیل حساسیت مبتنی بر ابرمکعب لاتین پیش رونده مطالعه موردی: طراحی بستر کاتالیست هیدرازینی

در این مطالعه، واکنش کاتالیستی هیدرازین به اندازه کافی سریع فرض شده است، به طوری که تجزیه هیدرازین تنها بر روی سطح ذرات انجام شود و از تجزیه هیدرازین از طریق تخلخل ذرات صرف نظر شده است [۱۸-۲۰].

در یک بستر کاتالیستی با تخلخل ε که از ذرات کاتالیست با قطر معادل d_p تشکیل شده است، نسبت جرم اجزاء واکنش y_i در طول بستر می‌تواند از معادلات (۱۳) الی (۱۶) محاسبه شود.

$$\frac{dy_{N_2H_4}}{dx} = \frac{1}{G} \left\{ -\varepsilon \dot{r}_{N_2H_4}^{hem} - A_p (K_C C)_{N_2H_4} - \dot{m} \left(\frac{C}{\rho} \right)_{N_2H_4} \right\} \quad (13)$$

$$\frac{dy_{NH_3}}{dx} = \frac{1}{G} \left\{ \frac{y_{NH_3}}{y_{N_2H_4}} (\varepsilon \dot{r}_{N_2H_4}^{hem} - A_p (K_C C)_{N_2H_4}) - A_p \left(K_C (C - C_{p_s}) \right)_{NH_3} - \dot{m} \left(\frac{C}{\rho} \right)_{NH_3} \right\} \quad (14)$$

$$\frac{dy_{N_2}}{dx} = \frac{1}{G} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{y_{N_2}}{y_{N_2H_4}} (\varepsilon \dot{r}_{N_2H_4}^{hem} - A_p (K_C C)_{N_2H_4}) - \frac{y_{N_2}}{y_{NH_3}} A_p \left(K_C (C - C_{p_s}) \right)_{NH_3} \right) - \dot{m} \left(\frac{C}{\rho} \right)_{N_2} \right\} \quad (15)$$

$$\frac{dy_{H_2}}{dx} = \frac{1}{G} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{y_{H_2}}{y_{N_2H_4}} (\varepsilon \dot{r}_{N_2H_4}^{hem} - A_p (K_C C)_{N_2H_4}) - 3 \frac{y_{H_2}}{y_{NH_3}} A_p \left(K_C (C - C_{p_s}) \right)_{NH_3} \right) - \dot{m} \left(\frac{C}{\rho} \right)_{N_2} \right\} \quad (16)$$

در معادلات فوق $\dot{r}$ بیانگر سرعت واکنش است. همان‌طور که در رابطه (۱۷) نشان داده شده است برای کلیه واکنش‌ها مدل آرنیوس در مدل‌سازی استفاده شده است. با توجه به معادلات سینتیکی آرنیوس مرتبه اول، سرعت واکنش (r^-) به عنوان حاصل ضرب ثابت سینتیک k در غلظت گونه (C_i) تعریف می‌شود. ثابت سینتیک، رابطه (۱۸)، نیز به صورت حاصل ضرب یک پارامتر پیش‌نمایی (A) در تابع‌نمایی از انرژی فعال‌سازی (E_a) ، دمای واکنش (T) و تعریف می‌شود. انرژی فعال‌سازی و پارامتر پیش‌نمایی مورد استفاده برای مدل‌سازی تجزیه هیدرازین و آمونیاک در جدول ۲ ارائه شده است.

$$r_i = k_i C_i \quad (17)$$

$$k_i = A_i \exp \left(-\frac{E_{a_i}}{RT} \right) \quad (18)$$

$$t_{CB} = \frac{n_{SF}}{\sigma} \left(\frac{\pi P_{CC} R_{CC}^2 + T_{CC}}{\pi R_{CC}^2} \right) \quad (30)$$

$$M_{CB_S} = \rho_{CB_S} \pi D_{CB} t_{CB} L_{CB} \quad (31)$$

$$M_{CB_P} = \rho_{CB_P} \pi D_{CB}^2 L_{CB} (1 - \varepsilon) \quad (32)$$

$$M_{CB} = M_{CB_S} + M_{CB_P} \quad (33)$$

حلگر

برای محاسبه معادلات دیفرانسیل پیاده شده در مدل سازی تجزیه هیدرازین در بستر کاتالیستی از روش رانج کوتا فلبرگ^{۳۹} با گام زمانی متغیر استفاده شده است.

ارزیابی نتایج

در این مطالعه مدل طراحی یک بستر کاتالیستی رانشگر تک پیش رانه ۲۲ نیوتی به عنوان مطالعه نمونه مورد ارزیابی قرار گرفت. فشار محفظه واکنش، دمای پیش رانه ورودی به بستر، قطر ذرات کاتالیستی، قطر محفظه واکنش و راندمان ترموشیمیایی به عنوان پارامترهای طراحی بستر کاتالیستی جهت تحلیل حساسیت مورد استفاده قرار گرفتند. بازه تغییرات هریک از پارامترهای طراحی بستر کاتالیستی در جدول ۳ نمایش داده شده است. سرعت مشخصه، افت فشار و جرم کاتالیست، جرم بدنه بستر و جرم کل بستر کاتالیستی به عنوان پاسخ های طراحی بستر کاتالیستی انتخاب شدند.

جدول ۳- پارامترهای طراحی نازل و بازه تغییرات آنها

Variable	Rang		unit
	min	max	
P _{CC}	10	20	bar
T ₀	250	350	K
D _{CB}	0.5	2	mm
D _{CC}	10	40	mm
η _{CC}	0.85	0.97	-

تنظیمات ابتدایی فرآیند تحلیل حساسیت به شرح جدول ۴ انجام و فرآیند تحلیل پس از ۵ تکرار، با ۱۱۲۸ نمونه و در زمان ۸۴۶۵ ثانیه به پایان رسید. شایان ذکر است که این پردازش به صورت موازی صورت پذیرفته است. این تعداد نمونه برداری تقریبی ۱۱٪ نمونه های مورد نیاز بر اساس نمونه برداری مونت کارلو است که تقریباً به کاهش ۸۹٪ در زمان حل منجر می شود.

$$\frac{d\bar{M}}{dx} = \bar{M} \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{M_i} \frac{dy_i}{dx}}{\sum_{i=1}^n \frac{y_i}{M_i}} \quad (25)$$

با فرض فرایند آدیاباتیک، تغییرات دما در واکنش می تواند به عنوان نسبت تغییرات آنتالپی به گرمای ویژه مخلوط، همان طور که در (۲۶) ارائه شده است، محاسبه شود.

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n -\dot{r}_i h_i}{\sum_{i=1}^n -C_i C_{P_i}} \quad (26)$$

برای محاسبه افت فشار بستر کاتالیزور، یک معادله اورگان^{۳۸} اصلاح شده استفاده شد.

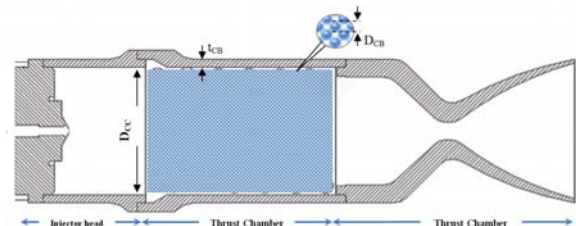
$$\frac{dP}{dx} = \frac{4G}{d_p^2 \rho \varepsilon^3} (45\mu (1 - \varepsilon)^2 + d_p G (1 - \varepsilon)) \quad (27)$$

تغییرات غلظت آمونیاک و دما در هر نقطه از ذرات متخلخل کاتالیست، به ترتیب $C_{P_{NH_3}}$ و T_p ، را می توان از تقریب ارائه شده در (۲۸) و (۲۹) محاسبه کرد. در این تقریب K_p بیانگر هدایت حرارتی ذرات کاتالیست متخلخل است. همچنین $(T_p)_s$ معرف دمای سطح ذرات کاتالیست است، که با دمای گاز در آن نقطه از بستر کاتالیستی برابر است.

$$C_{P_{NH_3}} = C - \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{a} \right] \int_0^x \xi^2 \frac{\dot{r}_{NH_3}^{het}}{D_p} d\xi - \int_x^a \left[\frac{1}{\xi} - \frac{1}{a} \right] \xi^2 \frac{\dot{r}_{NH_3}^{het}}{D_p} d\xi \quad (28)$$

$$T_p - (T_p)_s = - \left(\frac{H_{NH_3} D_{P_{NH_3}}}{K_p} \right) [C_{P_S} - C_{P_{NH_3}}] \quad (29)$$

علاوه بر محاسبات فوق جرم بستر کاتالیستی به منظور محاسبه جرم بستر کاتالیستی (M_{CB}) از مجموع جرم بدنه (M_{CB_S}) و جرم ذرات کاتالیست (M_{CB_P}) محاسبه می شود. برای محاسبه جرم بدنه بستر کاتالیست ضخامت بدنه t_{CB} که از رابطه (۳۰) محاسبه می شود در رابطه (۳۱) جایگذاری می شود. در رابطه (۳۱) ρ_{CB_S} چگالی بدنه بستر است. L_{CB} طول بستر است که رابطه مستقیم با راندمان تجزیه پیش رانه دارد. جرم ذرات کاتالیست نیز از ضرب چگالی ذرات ρ_{CB_P} در حجم پر شده توسط ذرات مطابق رابطه (۳۲) استخراج می شود. به منظور روشن شدن مفاهیم پارامترهای هندسی شمایی از یک رانشگر تک پیش رانه در شکل نمایش داده شده است.



شکل ۵- طرحواره ای از یک رانشگر تک پیش رانه

افت فشار و بیشینه نمودن سرعت مشخصه، در تحلیل حساسیت مشهود است.

به منظور شفاف شدن نتایج تحلیل حساسیت، سطوح پاسخ ضریب سرعت مشخصه محصولات تجزیه نسبت به تغییرات پارامترهای طراحی بستر کاتالیستی در شکل ۷ نمایش داده شده است. همان طور که مشاهده می شود تغییرات سرعت مشخصه نسبت به تغییرات پارامترهای طراحی بستر کاتالیستی ناچیز، در بیشینه حالت، کمتر از ۰/۲۱٪، است. همچنین تغییرات دمای اولیه پیشرانه، قطر ذرات کاتالیست، قطر محفظه واکنش و فشار محفظه واکنش به ترتیب بیشترین تأثیر را در تغییرات سرعت مشخصه دارند. در بین پارامترهای طراحی تنها دمای پیشرانه ورودی به صورت معکوس بر سرعت مشخصه تأثیرگذار است، به نحوی که افزایش دمای ورودی کاهش سرعت مشخصه را منجر خواهد شد. این امر را می توان به پیشرفت تجزیه آمونیاک در محفظه واکنش نسبت داد.

جمع بندی

در این مطالعه یک روش تحلیل حساسیت جدید مبتنی بر طرح آزمایشات ابرمکعب لاتین پیش رونده و همگرایی نتایج تحلیل ارائه شده است. اهم فعالیت های انجام شده در این مطالعه به شرح زیر است:

- ❖ توسعه یک روش نمونه برداری ابرمکعب لاتین پیش رونده؛
- ❖ توسعه یک ابزار تحلیل حساسیت سراسری مبتنی بر ضرایب همبستگی پیرسون؛
- ❖ ارائه یک رویکرد سیستماتیک تحلیل حساسیت برای دستیابی به دقت مشخص با کمینه جمعیت آماری؛
- ❖ پیاده سازی رویکرد پیشنهادی تحلیل حساسیت بر مدل طراحی بستر کاتالیستی یک رانشگر تک پیشرانه هیدرازینی به عنوان مطالعه موردی؛

همان طور که انتظار می رفت با به کارگیری رویکرد پیشنهادی در تحلیل حساسیت طراحی بستر کاتالیستی، به صورت سیستماتیک تعداد نمونه مورد نیاز برای رسیدن به دقت تحلیل حساسیت معین بر مبنای معیار RSME کمتر از ۰/۹۸ تعیین می کند. بنابراین می توان گفت رویکرد پیشنهادی، استفاده از روش های مبتنی بر سعی و خطا برای رسیدن به همگرایی نتایج تحلیل حساسیت را از بین می برد. از سوی دیگر با به کارگیری نمونه برداری مبتنی بر ابرمکعب لاتین پیش رونده امکان دستیابی به یک جامعه آماری با تراکم کافی نمونه ها و توزیع مناسب نمونه ها در کل فضای طراحی، برآورده شدن ویژگی های توزیع در فضای پارامتری مسئله، ارضاء

جدول ۴- تنظیمات ابتدایی فرآیند تحلیل حساسیت

Variable	Rang	unit
Number Of Population In First Iteration	100	samples
Number Of Population In First Iteration	100	samples
Maximum Population	10000	samples
Maximum Iterations	100	iterations

جدول ۵- میانگین، انحراف معیار و واریانس سرعت مشخصه و جرم بستر کاتالیستی

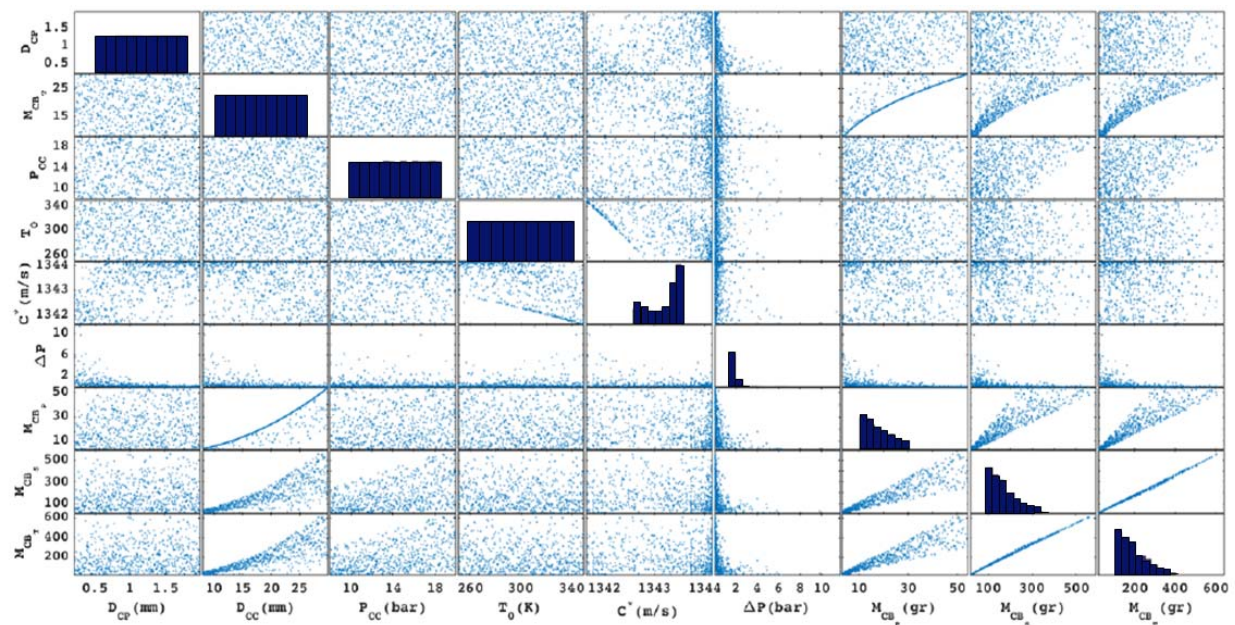
		Mean	(σ)	Variance
C*	(m/s)	1340.3	3.70	13.69
ΔP	(bar)	0.49	0.89	0.80
M _{CBp}	(gr)	2.18	2.09	4.38
M _{CBs}	(gr)	16.23	18.11	327.93
M _{CB}	(gr)	18.41	20.02	401.07

ماتریس نمودار پراکندگی دوبه دو (PSPM) و هیستوگرام متغیرهای ورودی و پاسخ های طراحی بستر کاتالیستی در شکل ۶ ارائه شده است. همان طور که مشاهده می شود طرح آزمایشات مبتنی بر PLHS به پارامترهای طراحی نمونه هایی با پراکندگی کاملاً یکنواخت تولید نموده است. از سوی دیگر نمودار پراکندگی دوبه دو ورودی های طراحی بستر کاتالیستی به پراکندگی مستقل ورودی ها نسبت به یکدیگر دلالت دارد. هیستوگرام تغییرات پاسخ های طراحی بستر نیز در شکل ۶ نمایش داده شده است. میانگین، انحراف معیار و واریانس سرعت مشخصه، افت فشار و جرم بستر کاتالیستی حاصل از طرح آزمایشات مربوطه در جدول ۵ ارائه شده است. از آنجا که نسبت انحراف معیار به میانگین ضریب سرعت مشخصه به مراتب کمتر از نسبت انحراف معیار به میانه افت فشار و پاسخ های جرمی بستر کاتالیستی است، می توان استنتاج نمود که سرعت مشخصه نسبت به افت فشار و پاسخ های جرمی بستر کاتالیستی از مقاومت بالاتری برخوردار است.

نتایج تحلیل حساسیت انجام شده در مسئله طراحی بستر کاتالیستی رانشگر تک پیشرانه در جدول ۶ ارائه شده است. نتایج این جدول نشان می دهد که متغیرهای طراحی بستر کاتالیستی نسبت به یکدیگر مستقل هستند. در بین ورودی های طراحی، تغییرات فشار محفظه واکنش بستر کاتالیستی کمترین تأثیر را بر پاسخ های طراحی بستر را دارد. از سوی دیگر کارایی بستر بیشترین تأثیر را بر سرعت مشخصه با یک ضریب خطی برابر با ۰/۹۱- دارد. در نهایت در تعارض بودن اهداف طراحی بستر، کمینه نمودن جرم و

فرایند تحلیل حساسیت به خصوص برای مدل‌های با پیچیدگی‌های طراحی بالا، به مراتب کاهش خواهد یافت. مزیت استفاده از چنین تحلیل حساسیتی در این است که با توجه به ماهیت آماری این روش برهم کنش کلیه پارامترها نسبت به یکدیگر در این روش مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. به نحوی که در خروجی این تحلیل تقابل ورودی‌ها نسبت به سایر ورودی‌ها و خروجی‌ها، خروجی‌ها نسبت به ورودی‌ها و سایر خروجی‌ها به صورت کمی بیان می‌شود.

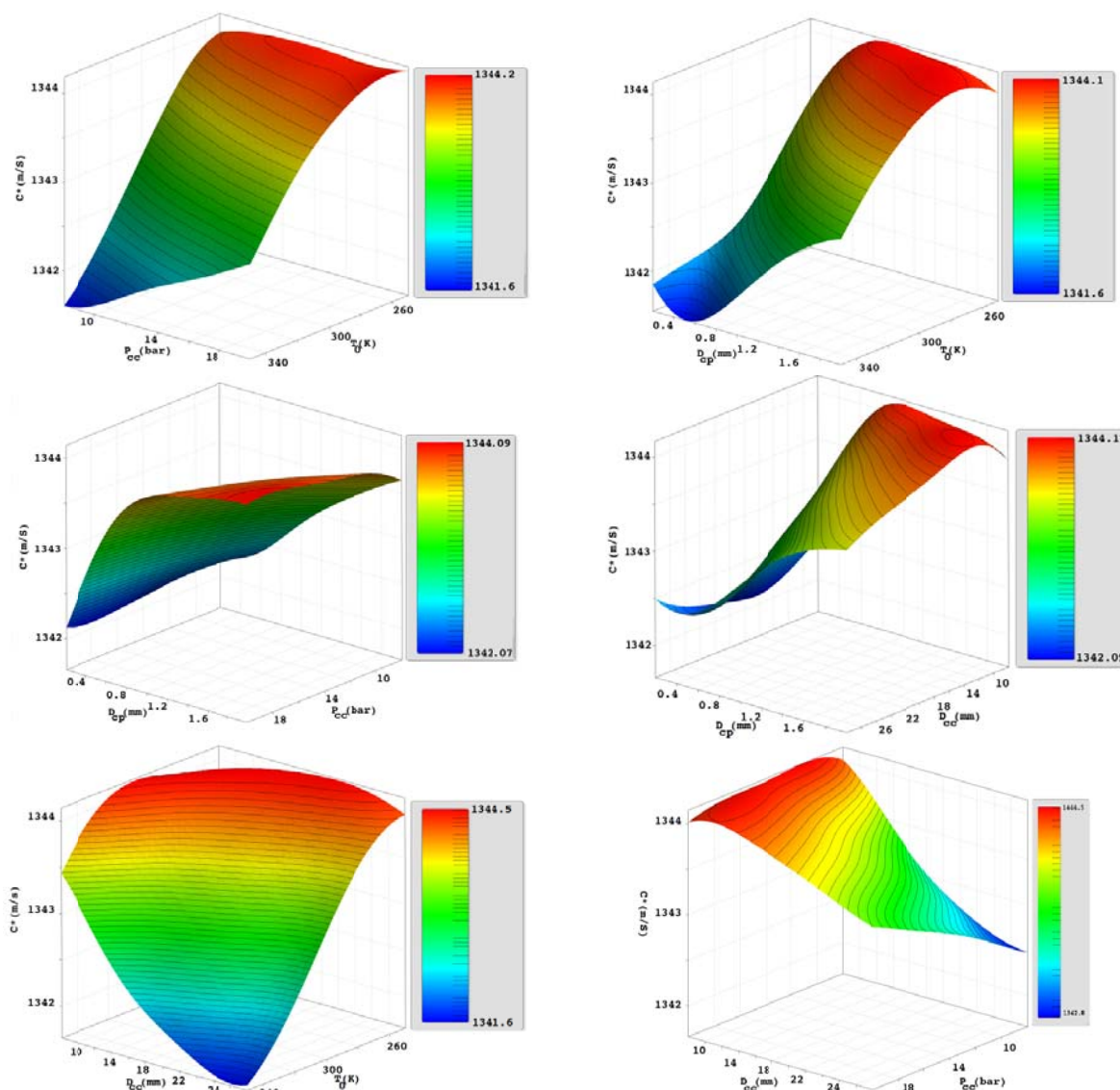
شرط خواص تصویر یک بعدی، سهولت در ترکیب سایر معیارها و امکان استفاده از داده‌های طرح آزمایشات قبلی در تولید یک جامعه آماری بزرگ‌تر را فراهم نموده است. لذا این رویکرد سیستماتیک منجر به تحلیل حساسیت دقیق، کارآمد و سریع در مدل‌های مختلف و با تعداد پارامترهای زیاد و بازه تغییرات بزرگ شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که در تحلیل حساسیت مبتنی بر ابرمکعب لاتین پیش‌رونده با مشخص شدن کمینه جمعیت مورد نیاز برای انجام تحلیل حساسیت سراسری با دقت مشخص، هزینه محاسباتی



شکل ۶- ماتریس نمودار پراکندگی دوه‌دو و هیستوگرام متغیرهای ورودی و پاسخ‌های بستر کاتالیستی

جدول ۶- ماتریس ضرایب خطی تحلیل حساسیت طراحی بستر کاتالیستی

	P_{CC}	T_0	D_P	D_{CC}	η_{CC}	C^*	ΔP	M_{CBp}	M_{CBs}	M_{CB}
P_{CC}	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.0	-0.1	-0.0	0.29	0.3
T_0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.1	-0.1	-0.4	-0.34	-0.4
D_P	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	-0.1	-0.3	0.3	0.3	0.3
D_{CC}	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	-0.1	0.5	-0.4	-0.3	-0.3
η_{CC}	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	-0.9	-0.4	-0.5	-0.5	-0.5
C^*	-0.0	0.1	-0.1	-0.1	-0.9	1.0	0.3	0.4	0.4	0.4
ΔP	-0.1	-0.1	-0.3	0.5	-0.39	0.3	1.0	-0.1	-0.1	-0.1
M_{CBp}	-0.0	-0.4	0.3	-0.4	-0.47	0.4	-0.1	1.0	0.9	0.9
M_{CBs}	0.3	-0.3	0.3	-0.3	-0.45	0.4	-0.1	0.9	1.0	1.0
M_{CB}	0.3	-0.3	0.3	-0.3	-0.5	0.4	-0.1	0.9	1.0	1.0



شکل ۷- سطوح پاسخ ضریب سرعت مشخصه محصولات تجزیه نسبت به تغییرات پارامترهای طراحی بستر کاتالیستی

global sensitivity analysis," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 115, pp. 483-496, 2019.

- [6] Zhou, Y., Lu, Z., Cheng, K. and Yun, W., "A Bayesian Monte Carlo-based method for efficient computation of global sensitivity indices," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 117, 2019, pp. 498-516.
- [7] Iooss, B. and Lemaître, P., "A review on global sensitivity analysis methods," in *Uncertainty management in simulation-optimization of complex systems*: Springer, 2015, pp. 101-122.
- [8] Kala, Z. and Valeš, J., "Global sensitivity analysis of lateral-torsional buckling resistance based on finite element simulations," *Engineering Structures*, vol. 134, pp. 37-47, 2017.
- [9] Yang, H., Wen, J., Wang, S., Li, Y., Tu, J. and Cai, W., "Sobol sensitivity analysis for governing variables in design of a plate-fin heat exchanger with serrated fins," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 115, 2017, pp. 871-881.

مراجع

- [1] Manlik, O., Lacy, R.C. and Sherwin, W.B. "Applicability and limitations of sensitivity analyses for wildlife management," *Journal of Applied Ecology*, vol. 55, no. 3, 2018, pp. 1430-1440.
- [2] Choi, K.K. and Kim, N.-H. *Structural sensitivity analysis and optimization 1: linear systems*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [3] Ohsaki, M., *Optimization of finite dimensional structures*. CRC Press, 2016.
- [4] Hamby, D., "A review of techniques for parameter sensitivity analysis of environmental models," *Environmental monitoring and assessment*, vol. 32, no. 2, 1994, pp. 135-154.
- [5] Yuan, Z., Liang, P., Silva, T., Yu, K. and Mottershead, J.E., "Parameter selection for model updating with

- Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 51, no. 15, 2012, pp. 5382-5393.
- [16] H. M. Ghassemi, M. N.P. ; Asghari, I., "Experimental investigation on Specific velocity of Hydrogenperoxid monopropellant thruster," presented at the The 11 th Iranian Aerospace Society Conference, Tehran, Iran, March 1-3, 2011 .
- [17] Chen, X. and *et al.*, "A novel catalyst for hydrazine decomposition: molybdenum carbide supported on γ -Al₂O₃," *Chemical Communications*, no. 3, 2002, pp. 288-289.
- [18] Kesten, A., "Analytical study of catalytic reactors for hydrazine decomposition," *NASA UARL G 910461*, 1968.
- [19] Meibody, M., Naseh, H. and Ommi, F., "A kriging based multi objective gray wolf optimization for hydrazine catalyst bed," *Engineering Solid Mechanics*, vol. 7, no. 3, 2019, pp. 179-192.
- [20] Meibody, M.N.P., Naseh, H. and Ommi, F., "Progressive Latin Hypercube sampling-based robust design optimisation (PLHS-RDO)," *Australian Journal of Mechanical Engineering*, 2020, pp. 1-8.
- [10] Fatemi, A., Ionel, D. M., Demerdash, N. A., Stretz, S.J. and Jahns, T.M., "RSM-DE-ANN method for sensitivity analysis of active material cost in PM motors," in *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2016 IEEE*, 2016, pp. 1-7.
- [11] Bates, S., Sienz, J. and Toropov, V., "Formulation of the optimal Latin hypercube design of experiments using a permutation genetic algorithm," in *45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Materials Conference*, 2004, p. 2011.
- [12] Meibody H., M. N. P. N., Ommi, F., "Adaptive Surrogate Modeling Algorithm for Meta-model Based Design Optimization: A Case Study," *Int. J. Industrial and Systems Engineering*, 2020.
- [13] Eppinger, S.D. and Browning, T.R., *Design structure matrix methods and applications*. MIT press, 2012.
- [14] Naseh, H., Meibody. M.M.N.P., Hosseini Anari, H., Ommi, F., "Numerical-parametrical analysis on the hydrogen peroxide catalyst bed for space monopropellant thruster applications," *Journal of Applied Research of Chemical-Polymer Engineering*, vol. 1, no. 2END, 2018 (In Persian).
- [15] Hwang, C.H., Lee, S. N., Baek, S.W., Han, C. Y., Kim, S. K. and Yu, M. J. "Effects of Catalyst Bed Failure on Thermochemical Phenomena for a Hydrazine Monopropellant Thruster Using Ir/Al₂O₃ Catalysts,"