

## Original Research Paper

## Development of an EKF Based Gyro Calibration Method for High-Precision Attitude Estimation

Amir Labibian\* 

Satellite Research Institute, Iranian Space Research Center, Tehran, Iran

**ARTICLE INFO****Article History:**

Received 23 August 2023

Revised 04 October 2023

Accepted 18 October 2023

Available Online 18 October 2023

**Keywords:**

Gyro calibration

EKF

High-precision attitude estimation

Quaternion feedback

Remote sensing satellites

**ABSTRACT**

In high-resolution remote sensing satellites, achieving stability and meeting stringent pointing requirements are crucial for mission success. Accurate gyroscopes are employed as primary attitude sensors to ensure this stability. However, gyroscope data must be calibrated at appropriate intervals to maintain high attitude estimation accuracy and prevent drift over time. This research investigates an extended Kalman filter (EKF)-based approach for gyro calibration, aiming to enhance the precision and reliability of attitude estimation. Initially, a comprehensive model that includes the main gyro parameters—such as biases, scale factors, and misalignments—is proposed. This model is the foundation for developing an EKF-based algorithm designed to estimate and correct these gyro parameters dynamically. Following this, the study implements a multiplicative quaternion extended Kalman filter (MQEKF), which utilizes star sensor data as inputs to improve the accuracy of attitude estimation further. A quaternion feedback controller is implemented to evaluate the effectiveness of the proposed gyro calibration method within the attitude control loop. The simulation results demonstrate that the satellite's stability and pointing are maintained with accuracies better than  $0.005^\circ/s$  in angular velocity and  $0.15^\circ$  in angular positioning. These results highlight the method's potential to significantly benefit missions with tight control requirements significantly, providing enhanced performance and reliability in high-precision space applications. This approach offers a robust solution for improving satellite mission outcomes where precise attitude control is essential.

\*Corresponding Author's E-mail: [a.labibian@gmail.com](mailto:a.labibian@gmail.com)**How to Cite this Article:**A. Labibian, "Development of an EKF based gyro calibration method for high-precision attitude estimation," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 17, No. 1, pp. 11-20, 2024, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jsst.2024.1457>.**COPYRIGHTS**© 2024 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [The Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

## مقاله پژوهشی

# توسعه روش کالیبراسیون ژایروسکوپ مبتنی بر فیلتر کالمن توسعه یافته جهت تخمین وضعیت دقیق

امیر لیبیان\*

استادیار، پژوهشکده سامانه‌های ماهواره، پژوهشگاه فضایی ایران، تهران، ایران

## چکیده

در ماهواره‌های سنجشی با تفکیک مکانی بالا، حفظ الزامات پایداری و نشانه روی برای موفقیت مأموریت حیاتی است. بدین جهت، معمولاً از ژایروسکوپ‌های بسیار دقیق به عنوان یکی از سنسورهای اصلی تعیین وضعیت استفاده می‌شود. در این راستا، به منظور جلوگیری از کاهش دقت تخمین وضعیت داده‌های ژایروسکوپ باید در فواصل زمانی مناسبی کالیبره شوند. در این پژوهش، رویکرد مبتنی بر فیلتر کالمن توسعه یافته جهت کالیبراسیون ژایروسکوپ مورد بررسی قرار گرفته است. بنابراین، نخست، مدلی که در بردارنده پارامترهای اصلی ژایرو شامل بایاس‌ها، ضرایب مقیاس و عدم همراستایی هاست معرفی می‌شود. در ادامه، الگوریتمی مبتنی بر فیلتر کالمن توسعه یافته جهت تخمین پارامترهای ژایرو ارائه می‌شود. سپس، از یک فیلتر کالمن توسعه یافته مبتنی بر کواترنیون ضربی به همراه داده‌های سنسور ستاره جهت تخمین وضعیت بهره گرفته می‌شود. در انتها برای ارزیابی عملکرد کالیبراسیون در حلقه کنترل وضعیت، کنترل کننده‌ای مبتنی بر بازخورد کواترنیون طراحی و به کار گرفته شده است. نتایج به دست آمده از حلقه کنترل وضعیت، دقت پایداری  $0.005$  درجه بر ثانیه و دقت نشانه روی  $0.15$  درجه را نشان می‌دهد که بیانگر کارایی روش ارائه شده در مأموریت‌هایی با الزامات کنترلی سختگیرانه است.

## اطلاعات مقاله

## تاریخچه مقاله:

دریافت ۱ شهریور ۱۴۰۲  
بازنگری ۱۲ مهر ۱۴۰۲  
پذیرش ۲۶ مهر ۱۴۰۲  
اولین انتشار ۲۶ مهر ۱۴۰۲

## واژه‌های کلیدی:

کالیبراسیون ژایرو  
فیلتر کالمن توسعه یافته  
تخمین وضعیت دقیق  
بازخورد کواترنیون  
ماهواره‌های سنجشی

\*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: [a.labibian@gmail.com](mailto:a.labibian@gmail.com)

## How to Cite this Article:

A. Labibian, "Development of an EKF based gyro calibration method for high-precision attitude estimation," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 17, No. 1, pp. 11-20, 2024, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jsst.2024.1457>.



## COPYRIGHTS

© 2024 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [The Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



## علائم و اختصارات

A	ماتریس دوران
F	ماتریس حالت سیستم
H	ماتریس حساسیت
K	بهره فیلتر
P	ماتریس کوواریانس سیستم
Q	ماتریس کوواریانس نویز فرآیند
R	ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری
b	بردار در دستگاه بدنی
q	کوآترینیون
r	بردار در دستگاه مرجع
s	ضریب مقیاس
v	نویز اندازه‌گیری
w	نویز فرآیند
y	بردار اندازه‌گیری
$\beta$	بایاس
$\omega$	سرعت زاویه‌ای

## مقدمه

مسئله تعیین/تخمین وضعیت از موضوعات کلیدی در اکثر ماموریت‌های فضایی است. به‌طور خاص این مسئله در ماهواره‌های سنجشی از اهمیتی ویژه برخوردار است. در این ماهواره‌ها ترکیب‌های متفاوتی از سنسورهای تعیین وضعیت مانند سنسور خورشید، مغناطیس‌سنج، سنسور ستاره و ژایروسکوپ به‌کار گرفته شده‌اند [۱-۴]. انتخاب سنسورها معمولاً با توجه به دقت مورد نیاز جهت نشانه‌رویی و حفظ پایداری انجام می‌شود. برای ماموریت‌هایی با تفکیک مکانی بالا، حفظ الزامات نشانه‌رویی و پایداری حیاتی است. برای این منظور عموماً از سنسورهای تعیین وضعیت بسیار دقیق مانند سنسور ستاره و ژایروسکوپ‌های با تکنولوژی‌های پیشرفته استفاده می‌شود [۵، ۶].

از سوی دیگر، بر مبنای دقت تخمین وضعیت مورد نیاز، الگوریتم‌های متفاوتی جهت پیاده‌سازی نرم‌افزاری مورد استفاده قرار

گرفته‌اند. فیلتر کالمن توسعه یافته (EKF) از رایج‌ترین فیلترهای غیرخطی است که در کاربردهای عملی به‌طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته است. در ساختار فیلتر کالمن توسعه یافته، معادلات غیرخطی وضعیت در فرایند تخمین به‌کار گرفته می‌شوند و حالت‌های تخمین زده شده به‌صورت بازگشتی با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری روزرسانی می‌شوند [۷-۹]. نسخه دیگری از فیلتر کالمن توسعه یافته که بر مبنای خطای ضربی توسعه داده شده و از منظر محاسباتی ارتقا یافته است، در مواردی که دقت تخمین وضعیت بالا مورد نیاز است به‌کار گرفته شده است [۱۰، ۱۱]. همچنین، فیلترهای کالمن خنثی<sup>۲</sup> [۱۲-۱۴] و فیلترهای ذره‌ای<sup>۳</sup> [۱۵، ۱۶]. که در دسته فیلترهای مبتنی بر نمونه و غیرخطی قرار می‌گیرند، جهت تخمین وضعیت در مواردی که معادلات سیستم و اندازه‌گیری دارای مرتبه بالای غیرخطی بودن است به‌کار گرفته شده‌اند.

به‌منظور حفظ دقت نشانه‌رویی و پایداری در ماهواره‌های سنجی لازم است تا کالیبراسیون ژایروسکوپ‌ها به طریق مقتضی انجام شود. برای این منظور می‌توان از روش‌های مبتنی بر فیلترینگ [۱۷] یا دسته‌ای [۱۸] استفاده کرد. در این پژوهش، از یک فرایند دسته‌ای مبتنی بر هموارسازی<sup>۴</sup> استفاده می‌شود. جهت کالیبراسیون یک ژایروسکوپ سه محوره، عموماً<sup>۳</sup> پارامتر بایاس به همراه یک ماتریس  $3 \times 3$  که شامل ۳ ضریب مقیاس و ۶ پارامتر عدم همراستایی است بهره گرفته می‌شود [۱۹]. بایاس به‌عنوان یک اختلاف ثابت در اندازه‌گیری مطرح است. اما در عمل این اختلاف ثابت نمی‌ماند و عموماً با یک فرایند تصادفی مدل‌سازی می‌شود. در این بررسی، ساختاری شامل ۱۵ متغیر حالت جهت تخمین وضعیت و پارامترهای کالیبراسیون ژایرو توسعه داده شده است. در این راستا، داده‌های سنسور ستاره به‌عنوان اندازه‌گیری در نظر گرفته شده و مورد استفاده قرار می‌گیرند.

در این مقاله، در ابتدا توسعه الگوریتم کالیبراسیون ژایرو مبتنی بر فیلتر کالمن توسعه یافته آمده است. سپس، ساختار فیلتر کالمن توسعه یافته ضربی<sup>۵</sup> (MEKF) جهت تخمین وضعیت مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. در ادامه بر مبنای داده‌های ژایروسکوپ و سنسور ستاره، نتایج حاصل از پیاده‌سازی کالیبراسیون ژایروسکوپ و تخمین وضعیت مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است. سپس، جهت بررسی عملکرد کالیبراسیون در حلقه کنترل وضعیت، طراحی کنترل‌کننده مبتنی بر بازخورد کوآترینیون انجام شده است. در انتها نتیجه‌گیری و جمع‌بندی کار ارائه شده است.

4. Smoothing

5. Multiplicative Extended Kalman Filter

1. Extended Kalman Filter

2. Unscented Kalman Filters

3. Particle Filters

$$F(t) = \begin{bmatrix} -[\hat{\omega}(t) \times] & -(I_3 - \hat{S}) \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\text{diag}(\omega - \hat{\beta}) \quad -\hat{U} \quad -\hat{L} \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

در رابطه فوق  $\hat{U}$  و  $\hat{L}$  به صورت زیر خواهند بود:

$$\hat{U} = \begin{bmatrix} \omega_2 - \hat{\beta}_2 & \omega_3 - \hat{\beta}_3 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3 - \hat{\beta}_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\hat{L} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \omega_1 - \hat{\beta}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_1 - \hat{\beta}_1 & \omega_2 - \hat{\beta}_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

همچنین،  $w(t)$  و  $G(t)$  که بیان کننده نویز فرایند و ماتریس کوواریانس آن هستند، به صورت زیر در نظر گرفته می شوند:

$$w(t) \equiv [\eta_v^T(t) \quad \eta_u^T(t) \quad \eta_s^T(t) \quad \eta_U^T(t) \quad \eta_L^T(t)]^T \quad (12)$$

$$G(t) = \begin{bmatrix} -(I_3 - \hat{S}) & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_3 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_3 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_3 & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

ماتریس کوواریانس  $w(t)$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$Q(t) \equiv \text{blkdiag}[\sigma_v^2 I_3 \quad \sigma_u^2 I_3 \quad \sigma_s^2 I_3 \quad \sigma_U^2 I_3 \quad \sigma_L^2 I_3] \quad (14)$$

که در آن blkdiag ماتریس قطری بلوکی است.

با توجه به اینکه در این بررسی از داده های سنسور ستاره در زمان  $t_k$  جهت کالیبراسیون استفاده می شود، بردار اندازه گیری به صورت زیر در نظر گرفته خواهد بود:

$$y_k = [A(q^{true})r]_{l_k} + v \equiv h_k(x_k^{true}) + v_k \quad (15)$$

## توسعه مدل کالیبراسیون ژایرو مبتنی بر فیلتر کالمن توسعه یافته

به منظور کالیبراسیون ژایرو، ابتدا مدل زیر در نظر گرفته می شود [۱۹]:

$$\dot{\omega} = (I_3 + S^{true})\omega^{true} + \beta^{true} + \eta_v \quad (1)$$

$$\dot{\beta}^{true} = \eta_u \quad (2)$$

که در آن  $\omega^{true}$  سرعت زاویه ای حقیقی،  $\omega$  سرعت زاویه ای اندازه گیری شده،  $\beta^{true}$  بایاس حقیقی،  $\eta_v$  و  $\eta_u$  نویزهای سفید گوسی با میانگین صفر هستند. کوواریانس  $\eta_u$  و  $\eta_v$  به ترتیب  $\sigma_v^2 I_3$  و  $\sigma_u^2 I_3$  خواهد بود. همچنین،  $S^{true}$  که شامل ضرایب مقیاس و عدم همراستایی است به صورت زیر تعریف می شود:

$$S^{true} \equiv \begin{bmatrix} s_1^{true} & k_{U1}^{true} & k_{U2}^{true} \\ k_{L1}^{true} & s_2^{true} & k_{U3}^{true} \\ k_{L2}^{true} & k_{L3}^{true} & s_3^{true} \end{bmatrix} \quad (3)$$

در رابطه (۳) بردارهای حقیقی به صورت  $s^{true} \equiv [s_1^{true}, s_2^{true}, s_3^{true}]^T$  و  $k_U^{true} \equiv [k_{U1}^{true}, k_{U2}^{true}, k_{U3}^{true}]^T$  و  $k_L^{true} \equiv [k_{L1}^{true}, k_{L2}^{true}, k_{L3}^{true}]^T$  در نظر گرفته می شوند.

دینامیک  $s^{true}$ ،  $k_U^{true}$  و  $k_L^{true}$  به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{s}^{true} = \eta_s \quad (4)$$

$$\dot{k}_U^{true} = \eta_U \quad (5)$$

$$\dot{k}_L^{true} = \eta_L \quad (6)$$

که در آن کوواریانس  $\eta_s$ ،  $\eta_U$  و  $\eta_L$  به ترتیب  $\sigma_s^2 I_3$ ،  $\sigma_U^2 I_3$  و  $\sigma_L^2 I_3$  است.

بردار حالت جهت کالیبراسیون ژایرو به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\Delta x(t) \equiv \begin{bmatrix} \delta \mathcal{G}^T(t) & \Delta \beta^T(t) \\ \Delta s^T(t) & \Delta k_U^T(t) & \Delta k_L^T(t) \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

که در آن  $\delta \mathcal{G}$  بردار خطای وضعیت است. دیگر پارامترها شامل بایاس ها، ضرایب مقیاس، خطاهای عدم همراستایی است که به صورت تفاوت مقادیر حقیقی با مقادیر تخمین زده شده تعریف می شوند. بنابراین، معادله سیستم به صورت زیر خواهد بود:

$$\Delta \dot{x}(t) = F(t)\Delta x(t) + G(t)w(t) \quad (8)$$

که در آن  $F(t)$  به صورت زیر است:

$$P_{k+1}^- = \Phi_k P_k^+ \Phi_k^T + \gamma_k Q_k \gamma_k^T \quad (24)$$

که در آن

$$\Phi_k = I_n + \Delta t F(t) \quad (25)$$

$$Q_k = \Delta t G Q G^T \quad (26)$$

### تخمین وضعیت با استفاده از الگوریتم MQEKF

جهت تخمین وضعیت و استفاده از داده‌های کالیبره شده ژایرو، از یک فیلتر کالمن توسعه یافته مبتنی بر کوآترینیون ضربی<sup>۱</sup> (MQEKF) که ساختار آن در جدول ۱ آمده است بهره گرفته می‌شود:

جدول ۱- ساختار MQEKF جهت تخمین وضعیت [۲۰].

Table 1. MQEKF structure for state estimation [20].

<b>Initialization</b>	$\hat{q}(t_0) = \hat{q}_0, \quad \hat{\beta}(t_0) = \hat{\beta}_0$ $P(t_0) = P_0$
<b>Interest</b>	$K_k = P_k H_k^T (\hat{x}_k^-) [H_k (\hat{x}_k^-) P_k H_k^T (\hat{x}_k^-) + R]^{-1}$ $H_k (\hat{x}_k^-) = \begin{bmatrix} [A(\hat{q}^-) r_1 \times] & 0_{3 \times 3} \\ \vdots & \vdots \\ [A(\hat{q}^-) r_n \times] & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{I_k}$
<b>Update</b>	$P_k^+ = [I - K_k H_k (\hat{x}_k^-)] P_k^-$ $\Delta \hat{x}_k^+ = K_k [\tilde{y}_k - h_k (\hat{x}_k^-)]$ $\Delta \hat{x}_k^+ \equiv [\delta \hat{\alpha}_k^{+T} \quad \Delta \hat{\beta}_k^{+T}]$ $h_k (\hat{x}_k) = \begin{bmatrix} A(\hat{q}^-) r_1 \\ A(\hat{q}^-) r_2 \\ \vdots \\ A(\hat{q}^-) r_n \end{bmatrix}_{I_k}$ $\hat{q}_k^+ = \hat{q}_k^- + \frac{1}{2} \Xi (\hat{q}_k^-) \delta \hat{\alpha}_k^+$ $\hat{\beta}_k^+ = \hat{\beta}_k^- + \Delta \hat{\beta}_k^+$
<b>Release</b>	$\hat{\omega}_k^+ = \tilde{\omega}_k - \hat{\beta}_k^+$ $\hat{q}_{k+1}^- = \bar{\Omega} (\hat{\omega}_k^+) \hat{q}_k^+$ $P_{k+1}^- = \Phi_k P_k^+ \Phi_k^T + \gamma_k Q_k \gamma_k^T$

$$R = R_{ST} \quad (16)$$

که در آن  $R_{ST} = \sigma_{ST}^2 I_3$  کوواریانس نویز سنسور ستاره  $\nu$  است. از سوی دیگر، بردار تخمین زده شده در دستگاه بدنی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\hat{b}^- = A(\hat{q}^-) r \quad (17)$$

بنابراین، ماتریس حساسیت مرتبط با اندازگیری‌های سنسور ستاره به صورت زیر خواهد بود:

$$H_k (\hat{x}_k^-) = \begin{bmatrix} [\hat{b}^- \times] & 0_{3 \times 12} \end{bmatrix} \quad (18)$$

جهت بروزرسانی بردار حالت از رابطه (۱۹) استفاده می‌شود:

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k [y_k - h_k (\hat{x}_k^-)] \quad (19)$$

که در آن  $\hat{x}_k \equiv [\delta \hat{\alpha}_k^T \quad \hat{\beta}_k^T \quad \hat{s}_k^T \quad \hat{k}_{Uk}^T \quad \hat{k}_{Lk}^T]^T$  و  $h_k (\hat{x}_k^-)$  مشاهدات تخمین زده شده سنسور ستاره است که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$h_k (\hat{x}_k^-) = [\hat{b}^-] \quad (20)$$

در انتها، حالت‌های بروزرسانی شده برای زمان مشاهده بعدی انتشار داده می‌شوند. بنابراین، کوآترینیون بروزرسانی شده انتشار یافته از معادله زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$\hat{q}_{k+1}^- = \bar{\Theta} (\hat{\omega}_k^+) \hat{q}_k^+ \quad (21)$$

که در آن

$$\bar{\Theta} (\hat{\omega}_k^+) = \begin{bmatrix} \cos \left( \frac{1}{2} \|\hat{\omega}_k^+\| \Delta t \right) I_3 - [\hat{\psi}_k^+ \times] & \hat{\psi}_k^+ \\ -\hat{\psi}_k^{+T} & \cos \left( \frac{1}{2} \|\hat{\omega}_k^+\| \Delta t \right) \end{bmatrix} \quad (22)$$

در رابطه (۲۲) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\hat{\psi}_k^+ \equiv \frac{\sin \left( \frac{1}{2} \|\hat{\omega}_k^+\| \Delta t \right) \hat{\omega}_k^+}{\|\hat{\omega}_k^+\|} \quad (23)$$

و در انتها جهت انتشار ماتریس کوواریانس از رابطه زیر استفاده می‌شود:

## پیاده‌سازی الگوریتم کالیبراسیون ژایرو جهت تخمین وضعیت

در این پژوهش، جهت پیاده‌سازی الگوریتم کالیبراسیون ژایرو و تخمین وضعیت، ماهواره‌ای با دوره تناوب ۹۴ دقیقه در نظر گرفته می‌شود. مشخصات سنسورهای مورد استفاده در این ماهواره جهت تخمین وضعیت در جدول ۲ آورده شده است:

جدول ۲- مشخصات سنسورهای تخمین وضعیت.

Table 2. Specification of the state estimation sensors.

Sensor	Parameter	Value
Gyroscope	Angular random walk	$\sqrt{10} \times 10^{-7} \text{ rad/s}^{1/2}$
	Rate random walk	$\sqrt{10} \times 10^{-10} \text{ rad/s}^{3/2}$
Star tracker	Cross-boresight	5 arcsecond (RMS)
	Around boresight	55 arcsecond (RMS)

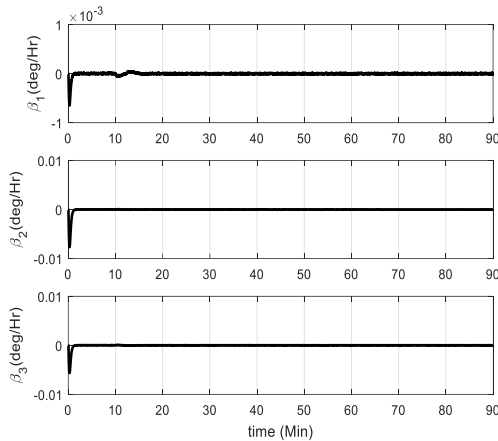
هم‌چنین، جهت تخمین پارامترهای ژایرو، مقادیر جدول ۳ به‌عنوان مشخصات نویز در نظر گرفته می‌شوند:

جدول ۳- مشخصات نویز ژایرو.

Table 3. Gyro noise properties.

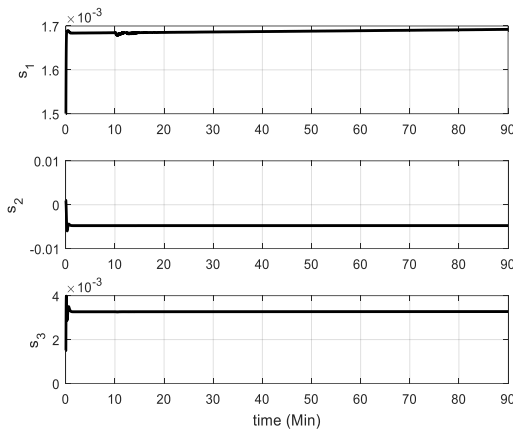
Parametr	Value
Initial covariance of gyro bias	$(0.2/3600 \times \pi/180)^2 I_3 (\text{rad/s})^2$
Initial covariance of scale factor	$(0.002/3)^2 I_3 (\text{rad})^2$
Initial covariance of upper misalignment elements	$(0.002/3)^2 I_3 (\text{rad})^2$
Initial covariance of lower misalignment elements	$(0.002/3)^2 I_3 (\text{rad})^2$

با در نظر گرفتن مشخصات ژایرو (جداول ۲ و ۳) نتایج پیاده‌سازی کالیبراسیون ژایرو در شکل‌های ۱ تا ۴ آمده است:



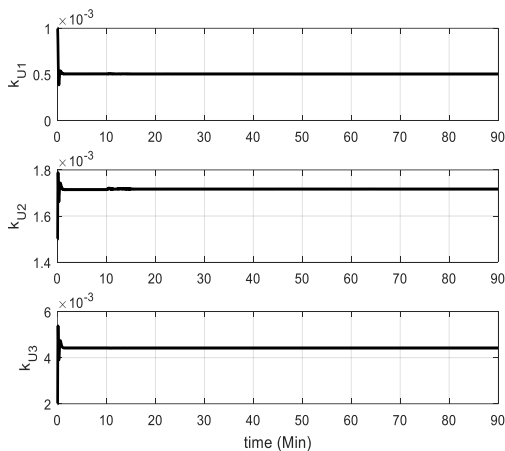
شکل ۱- بایاس تخمین زده شده ژایرو.

Fig. 1. Estimated gyro bias.



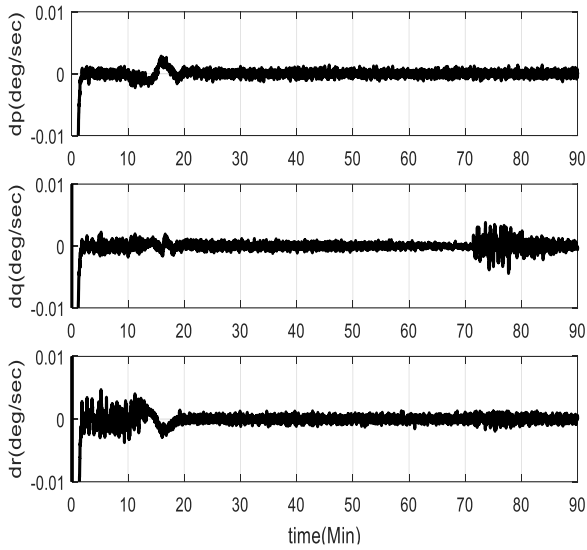
شکل ۲- ضرایب مقیاس تخمین زده شده ژایرو.

Fig. 2. Estimated gyro scale factors.



شکل ۳- تخمین المان‌های بالایی ماتریس عدم همراستایی ژایرو.

Fig. 3. Estimation of upper entries of gyro misalignment matrix.



شکل ۶- خطای تخمین سرعت‌های زاویه‌ای.

Fig. 6. Angular velocity estimation errors.

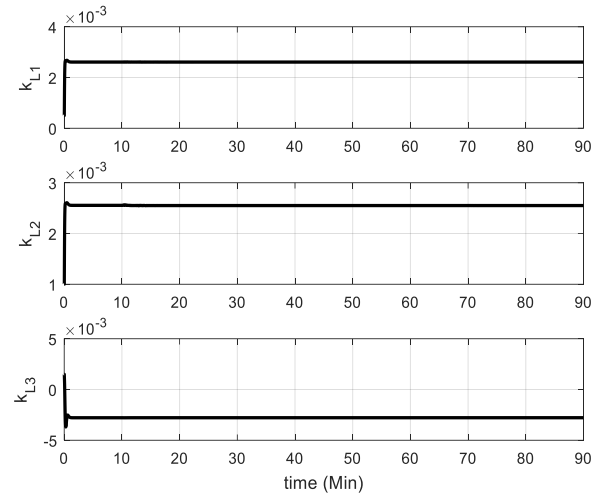
براساس آنچه از شکل‌های ۵ و ۶ مشخص است، نتایج حاصل از فرایند فیلترینگ کاملاً پایدار است. همچنین، تخمین وضعیت با دقتی بهتر از ۰/۱ درجه و تخمین سرعت‌های زاویه‌ای با دقتی بهتر از ۰/۰۰۵ درجه بر ثانیه انجام شده است. این نتایج دقت بالا در نشانه روی و حفظ پایداری را نشان می‌دهد که به نوبه خود نقشی کلیدی در موفقیت ماموریت ماهواره خواهد داشت.

### طراحی کنترل کننده به روش بازخورد کواترنیون

در ماهواره‌های سنجشی بعضاً نیاز خواهد بود تا مانورهای وضعی بر تغییر زوایای بزرگ انجام شود. با توجه به انتخاب رویکرد مبتنی بر کواترنیون جهت تخمین وضعیت و به منظور مطالعه اثر کالیبراسیون ژایروسکوپ در حلقه کنترل وضعیت، طراحی کنترل کننده به روش بازخورد کواترنیون انجام می‌شود. بنابراین، کنترل کننده بازخورد حالت که برای پیاده‌سازی در کاربردهای بلادرنگ<sup>۱</sup> مناسب است به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۲۱]:

$$u = -Kq_e - C\omega \quad (27)$$

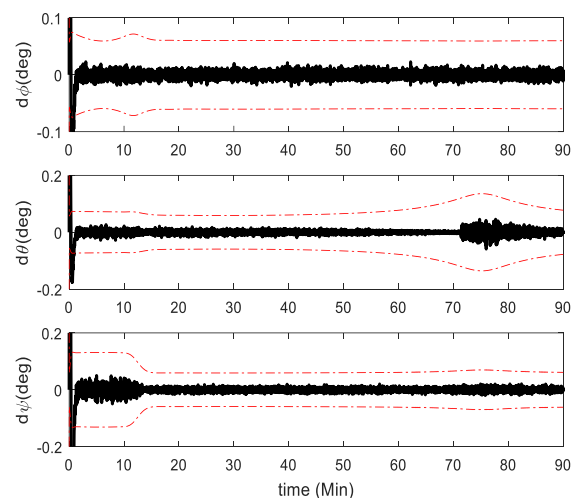
که در آن  $q_e = (q_{1e}, q_{2e}, q_{3e})$  بردار کواترنیون خطای وضعیت و ماتریس‌های  $K$  و  $C$  ماتریس‌های بهره کنترل کننده هستند.



شکل ۴- تخمین المان‌های پایینی ماتریس عدم همراستایی ژایرو.

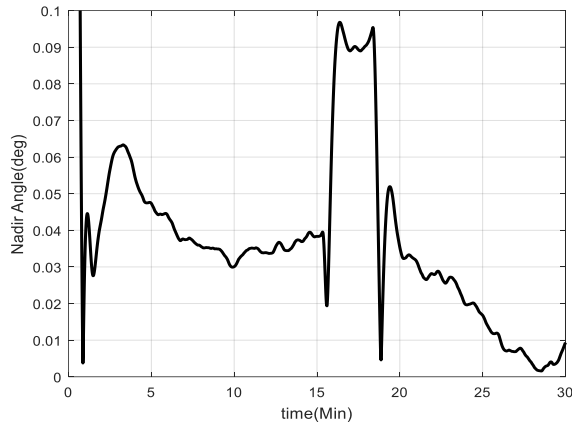
Fig. 4. Estimation of lower entries of gyro misalignment matrix.

همان گونه که از شکل‌های ۱ تا ۴ مشخص است با در نظر گرفتن عدم قطعیت اولیه در پارامترهای ژایرو، تخمین نهایی به صورت کاملاً پایدار انجام شده است. از این رو کالیبراسیون ژایرو و استفاده از داده‌های کالیبره شده در تخمین وضعیت با دقت بالا امکان پذیر است. پس از تخمین پارامترهای ژایرو و انجام کالیبراسیون، داده‌های کالیبره شده ژایروسکوپ به همراه داده‌های سنسور ستاره جهت تخمین وضعیت به کار گرفته می‌شوند. با در نظر گرفتن رویکرد MQEKF که ساختار آن در جدول ۱ آمده است، نتایج حاصل از تخمین وضعیت به صورت زیر است:



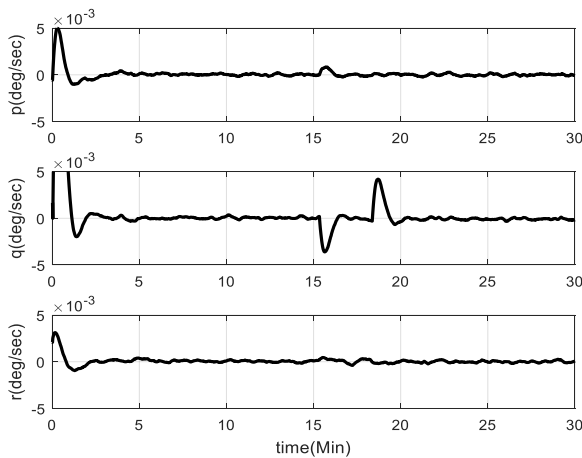
شکل ۵- خطای تخمین وضعیت در محدوده  $\pm 3\sigma$ .

Fig. 5. State estimation error in the range of  $\pm 3\sigma$ .



شکل ۸- دقت نشانه‌روی به سمت زمین.

Fig. 8. Earth pointing accuracy.



شکل ۹- دقت پایداری در نشانه‌روی به سمت زمین.

Fig. 9. Accuracy of stability in Earth pointing.

همان‌طور که در شکل‌های ۷ تا ۹ قابل مشاهده است، دقت نهایی پایداری بهتر از ۰/۰۰۵ درجه بر ثانیه و دقت نشانه‌روی به سمت زمین بهتر از ۰/۱۵ درجه است که برای ماهواره‌های سنجشی با تفکیک مکانی بالا بسیار مناسب ارزیابی می‌شود.

### جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این پژوهش موضوع کالیبراسیون ژایروسکوپ با استفاده از رویکرد فیلتر کالمن توسعه یافته مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است. در ماهواره‌های سنجشی با تفکیک مکانی بالا، الزامات سختگیرانه در خصوص دقت‌های نشانه‌روی و پایداری ایجاب می‌کند تا ژایروسکوپ‌ها در فواصل زمانی مشخصی کالیبره شوند. برای این منظور ابتدا مدلی از ژایروسکوپ ارائه می‌شود که پارامترهای کلیدی مانند بایاس،

کوآترنیون‌های خطای وضعیت  $(q_{1e}, q_{2e}, q_{3e}, q_{4e})$  با استفاده از کوآترنیون‌های وضعیت مطلوب  $(q_{1c}, q_{2c}, q_{3c}, q_{4c})$  و کوآترنیون وضعیت جاری  $(q_1, q_2, q_3, q_4)$  به صورت زیر قابل محاسبه خواهند بود:

$$\begin{bmatrix} q_{1e} \\ q_{2e} \\ q_{3e} \\ q_{4e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{4c} & q_{3c} & -q_{2c} & -q_{1c} \\ -q_{3c} & q_{4c} & q_{1c} & -q_{2c} \\ q_{2c} & -q_{1c} & q_{4c} & -q_{3c} \\ q_{1c} & q_{2c} & q_{3c} & q_{4c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (28)$$

در صورتی که بردار کوآترنیون مطلوب  $(q_{1c}, q_{2c}, q_{3c}, q_{4c}) = (0, 0, 0, 1)$

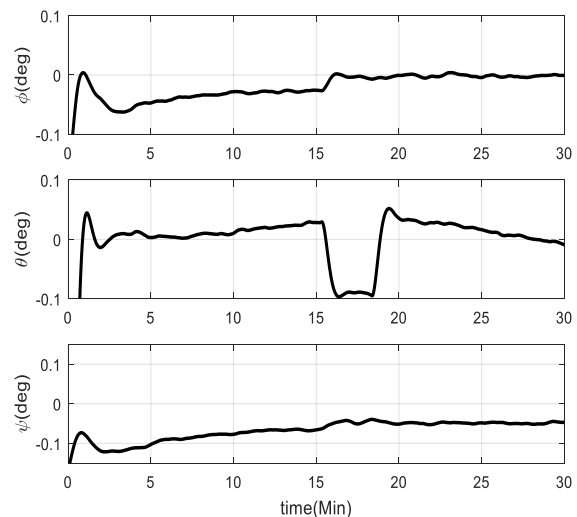
تعریف شود، قانون کنترل به صورت زیر خواهد بود:

$$u = -Kq - C\omega \quad (29)$$

قانون کنترلی فوق حول مبدا با انتخاب بهره‌های ذیل به صورت عام پایدار مجانبی بوده [۲۲، ۲۳] و جهت پیاده‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$K = kI, \quad C = \text{diag}(c_1, c_2, c_3) \quad (30)$$

با انتخاب بهره‌های  $k=0.1$  و  $c=1$  نتایج حاصل از حلقه کنترل وضعیت به صورت زیر خواهد بود:



شکل ۷- زوایای اویلر در زمان نشانه‌روی به سمت زمین.

Fig. 7. Euler angles in Earth pointing.

- Automatica Sinica*, vol. 6, no. 4, pp. 1074-1080, 2019, <https://doi.org/10.1109/JAS.2019.1911600>.
- [5] S. Fujita, Y. Sato, T. Kuwahara, Y. Sakamoto, and K. Yoshida, "Attitude maneuvering sequence design of high-precision ground target tracking control for multispectral Earth observations," in *IEEE/SICE International Symposium on System Integration (SII)*, Paris, France, 2019, pp. 153-158, <https://doi.org/10.1109/SII.2019.8700434>.
- [6] S. Ikari et al., "Attitude determination and control system for the PROCYON micro-spacecraft," *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, vol. 60, no. 3, pp. 181-191, 2017, <https://doi.org/10.2322/tjsass.60.181>.
- [7] H. Gui and A. H. J. de Ruiter, "Quaternion invariant extended Kalman filtering for spacecraft attitude estimation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 41, no. 4, pp. 863-878, 2018, <https://doi.org/10.2514/1.G003177>.
- [8] M. D. Pham, K. S. Low, S. T. Goh, and S. Chen, "Gain-scheduled extended Kalman filter for nanosatellite attitude determination system," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 51, no. 2, pp. 1017-1028, 2015, <https://doi.org/10.1109/TAES.2014.130204>.
- [9] Y. Xing, S. Zhang, J. Zhang, and X. Cao, "Robust-extended Kalman filter for small satellite attitude estimation in the presence of measurement uncertainties and faults," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, vol. 226, no. 1, pp. 30-41, 2011, <https://doi.org/10.1177/0954410011407422>.
- [10] F. Qin, L. Chang, S. Jiang, and F. Zha, "A sequential multiplicative extended Kalman filter for attitude estimation using vector observations," *Sensors*, vol. 18, no. 5, 2018, Art. no. 1414, <https://doi.org/10.3390/s18051414>.
- [11] R. Burton, S. Rock, J. Springmann, and J. Cutler, "Online attitude determination of a passively magnetically stabilized spacecraft," *Acta Astronautica*, vol. 133, pp. 269-281, 2017, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2017.01.024>.
- [12] L. Cao, W. Yang, H. Li, Z. Zhang, and J. Shi, "Robust double gain unscented Kalman filter for small satellite attitude estimation," *Advances in Space Research*, vol. 60, no. 3, pp. 499-512, 2017, <https://doi.org/10.1016/j.asr.2017.03.014>.
- [13] R. Zanetti and K. J. DeMars, "Fully multiplicative unscented Kalman filter for attitude estimation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 41, no. 5, pp. 1183-1189, 2018, <https://doi.org/10.2514/1.G003221>.
- [14] D. Lee, G. Vukovich, and R. Lee, "Robust unscented Kalman filter for nanosat attitude estimation,"

ضرایب مقیاس و عدم همراستایی را در برداشته باشد. سپس ساختاری مبتنی بر فیلتر کالمن توسعه یافته جهت تخمین پارامترهای مذکور ارائه شده است. در ادامه مسئله تخمین وضعیت با استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته مبتنی بر کوآترینیون ضربی مورد بررسی قرار گرفته است. جهت بررسی کارایی روش‌های مورد مطالعه، پیاده‌سازی آنها برای یک مورد واقعی با استفاده از داده‌های سنسور ستاره و ژایروسکوپ انجام شده است. در انتها به جهت بررسی عملکرد روش ارائه شده برای کالیبراسیون ژایروسکوپ در حلقه کنترل وضعیت، طراحی کنترل‌کننده مبتنی بر بازخورد کوآترینیون انجام شده است. نتایج حاصل از پیاده‌سازی نشان دهنده این است که تخمین سرعت‌های زاویه‌ای با دقتی بهتر از  $0.005$  درجه بر ثانیه و تخمین وضعیت با دقتی بهتر از  $0.1$  درجه انجام می‌شود. همچنین، پس از به کارگیری کنترل‌کننده، پایداری با دقتی بهتر از  $0.05$  درجه بر ثانیه و نشانه روی با دقتی بهتر از  $0.15$  درجه حفظ شده است. بنابراین، با توجه به الزامات ماموریتی در خصوص حفظ دقت‌های بالای نشانه‌روی و پایداری، ایده کالیبراسیون داده‌های ژایروسکوپ با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته کارا خواهد بود.

## تعارض منافع

هیچگونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.

## مراجع

- [1] L. Farian, P. Häfliger, and J. A. Leñero-Bardallo, "A miniaturized two-axis ultra low latency and low-power sun sensor for attitude determination of micro space probes," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 65, no. 5, pp. 1543-1554, 2018, <https://doi.org/10.1109/TCSI.2017.2763990>.
- [2] J. D. Searcy and H. J. Pernicka, "Magnetometer-only attitude determination using novel two-step Kalman filter approach," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 35, no. 6, pp. 1693-1701, 2012, <https://doi.org/10.2514/1.57344>.
- [3] R. Opromolla, G. Fasano, G. Rufino, M. Grassi, C. Pernechele, and C. Dionisio, "A new star tracker concept for satellite attitude determination based on a multi-purpose panoramic camera," *Acta Astronautica*, vol. 140, pp. 166-175, 2017, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2017.08.020>.
- [4] B. Hou, Z. He, H. Zhou, and J. Wang, "Integrated design and accuracy analysis of star sensor and gyro on the same benchmark for satellite attitude determination system," *IEEE/CAA Journal of*

- and Exhibit*, Rhode Island, USA, 2004, pp. 1-11, <https://doi.org/10.2514/6.2004-4858>.
- [19] F. L. Markley and J. L. Crassidis, *Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control*, New York: Springer, 2014, <https://doi.org/10.1007/978-1-4939-0802-8>.
- [20] J. L. Crassidis and J. L. Junkins, *Optimal Estimation of Dynamic Systems*, Boca Raton: CRC Press, 2012.
- [21] B. Wie, *Space Vehicle Dynamics and Control*, 2nd ed., Reston, AIAA, 2008, <https://doi.org/10.2514/4.860119>.
- [22] B. Wie and P. M. Barba, "Quaternion feedback for spacecraft large angle maneuvers", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 8, no. 3, pp. 360-365, 1985, <https://doi.org/10.2514/3.19988>.
- [23] B. Wie, H. Weiss, and A. Arapostathis, "Quaternion feedback regulator for spacecraft eigenaxis rotation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 12, no. 3, pp. 375-380, 1989, <https://doi.org/10.2514/3.20418>.
- International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 15, no. 5, pp. 2161-2173, 2017, <https://doi.org/10.1007/s12555-016-0498-4>.
- [15] Z. Qiu and H. Qian, "Adaptive genetic particle filter and its application to attitude estimation system," *Digital Signal Processing*, vol. 81, pp. 163-172, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2018.06.015>.
- [16] R. V. Garcia, W. R. Silva, P. C. P. M. Pardal, H. K. Kuga, and M. C. Zanardi, "Sequential nonlinear estimation: regularized particle filter applied to the attitude estimation problem with real data," *Computational and Applied Mathematics*, vol. 37, pp. 110-121, 2018, <https://doi.org/10.1007/s40314-017-0511-4>.
- [17] M. E. Pittelkau, "Kalman filtering for spacecraft system alignment calibration," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 24, no. 6, pp. 1187-1195, 2001, <https://doi.org/10.2514/2.4834>.
- [18] R. Pandiyan, A. Solaiappan, and N. K. Malik, "A one step batch filter for estimating gyroscope calibration parameters using star vectors," in *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference*