

Bearing only Tracking for Maneuver Target Using Nonlinear Second-Order Markov Model

Mohsen Ebrahimi¹  and Amir Farhad Ehyaei^{2*} 

1. M.Sc., Faculty of Electrical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

2. Associate Professor, Department of Electrical Engineering, Faculty of Technical and Engineering, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran

*Corresponding Author's E-mail: f.ehyaei@eng.ikiu.ac.ir

Abstract

In this paper, in addition to investigation and analyzing the dynamic model of a maneuver target, a new method based on the Interaction Multiple Model (IMM) method is presented to solve the tracking problem in presence of measurement noise. In this procedure, two models are used along with an extended Kalman filter for each model, for estimation of the states related to stochastic target model. To this end, a specific weight is calculated adaptively for each model and the final estimation of the target is obtained from the weighted sum of the modes related to each model. In this paper, second order Markov models are used to better describe the system behavior which leads to a decrease in the number of required motion models. This means that the previous two models are used to decide on the next model, and a much better algorithm is provided than the first-order IMM algorithm

Keywords: Target tracking, IMM method, Markov model, Extended Kalman filter



COPYRIGHTS

© 2022 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [the Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

How to cite this article:

M. Ebrahimi and A. F. Ehyaei, "Bearing only Tracking for Maneuver Target using Nonlinear Second-Order Markov Model," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 15, No. 3, pp. 11-22, 2022 (in Persian), <https://doi.org/10.30699/jsst.2022.1361>.

ردیابی هدف مانوردار از روی سمت با استفاده از مدل مارکوف مرتبه دوم غیر خطی

محسن ابراهیمی^۱ و امیرفرهاد احيائي^{۲*}

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران
۲- گروه مهندسی برق-کنترل، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران

*ایمیل نویسنده مخاطب: f.ehyaei@eng.ikiu.ac.ir

چکیده

در این مقاله ضمن بررسی و تحلیل مدل حرکتی مانوردار برای هدف، روش جدیدی مبتنی بر روش چند مدلی IMM برای حل مسئله ردیابی در حضور نویز اندازه گیری ارائه می شود. در این روش دو مدل به کار می رود که برای هر مدل از یک صافی کالمن توسعه یافته برای تخمین حالت مربوط به مدل تصادفی هدف استفاده می شود. تخمین نهایی حالت مربوط به حرکت هدف متشکل از حالت های این دو مدل است؛ به این صورت که برای هر مدل وزن خاصی به صورت تطبیقی محاسبه می شود و تخمین نهایی هدف از جمع وزن دار حالت های مربوط به هر مدل بدست می آید. در این مقاله برای تخمین بهتر از مدل های مارکوف مرتبه دوم برای توصیف رفتار سیستم استفاده شده است که منجر به کاهش تعداد مدل های حرکتی مورد نیاز می شود. به این معنی که برای تصمیم گیری برای مدل بعدی از دو مدل قبل کمک گرفته می شود و الگوریتمی به مراتب بهتر از الگوریتم IMM مرتبه اول ارائه می شود.

واژه های کلیدی: ردیابی هدف، روش IMM، مدل مارکوف، فیلتر کالمن توسعه یافته

علائم و اختصارات

Q	کوواریانس نویز سیستم		
R	کوواریانس نویز اندازه گیری		
S	مود سیستم	a	شتاب هدف
t	زمان	C	عبارت نرمالیزه سازی احتمال
V	بردار سرعت	e	بردار یکه
v	نویز اندازه گیری	F	ماتریس سیستم
w	نویز گوسی با میانگین صفر	g	ماتریس گرافی احتمال مدل سیستم
x	مولفه افقی صفحه مختصات	G	ماتریس اندازه گیری
X	ماتریس حالت سیستم	H	ماتریس اندازه گیری در گام های زمانی
y	مولفه عمودی صفحه مختصات	J	تابع هزینه
Z	مقدار مشاهدات در گام های زمانی	k	مقدار گام های زمانی
\tilde{Z}	تابع خطای اندازه گیری	m	مدل سیستم
γ	ضریب تابع هزینه	N	تابع همانندی تابع احتمال
η	مرتبه صافی IMM	P	تابع چگالی احتمال
θ	زاویه بین هدف و مشاهده گر	p	کوواریانس اولیه

با معلوم فرض کردن نویز اندازه‌گیری روشی برای سیستم‌های خطی نامتغیر با زمان ارائه کرده است که در آن کوواریانس نویز سیستم به خوبی تخمین زده می‌شود. به‌عنوان مثال در ردیابی هدف اگر بتوان رنج سرعتی هدف را تعیین کرد، می‌توان بر اساس آن کوواریانس نویز حالت‌های هدف را تقریب زد. برای حرکت یک هدف ساختارهای متفاوتی ارائه می‌شود که ما در اینجا حرکت یک هدف در مختصات دوبعدی را در نظر می‌گیریم [۱۷] و با استفاده از دو مدل در روش IMM که در هر مدل از صافی کالمن توسعه یافته استفاده شده است، حالت مربوط به مدل تصادفی حرکت هدف تخمین زده می‌شود. بر این اساس، نوآوری‌های این مقاله به شرح زیر است:

- استفاده از مدل مارکوف مرتبه دوم به‌جای صافی IMM مرتبه دو که منجر به استفاده از تعداد مدل‌های کمتر و نیز نتیجه بهتر می‌شود.
- تضمین مشاهده‌پذیری مانور هدف با در نظر گرفتن یک منبع مشاهده‌پذیری مانوردار با حرکت سینوسی
- تطبیق کوواریانس نویز اندازه‌گیری در حرکت مانوردار و مقایسه آن با حالت صحیح

بر این اساس در ادامه، بخش دوم به توضیح درباره مدل IMM مرتبه دوم و روابط حاکم بر آن می‌پردازد. در بخش سوم ردیابی هدف از روی سمت یا همان BOT توضیح داده خواهد شد و اینکه چگونه تنها با تشخیص سیگنال دریافتی از هدف، امکان ردیابی را فراهم می‌آورد. بخش چهارم روش پیشنهادی در ردیابی یک هدف مانوردار را شرح می‌دهد. در بخش پنجم نتایج شبیه‌سازی مربوط به یک هدف مانوردار و نحوه ردیابی هدف به کمک انتخاب کوواریانس‌های نویز مناسب مشاهده می‌شود. نهایتاً، در بخش ششم دست‌آوردهای مقاله جمع‌بندی می‌شود.

مدل IMM مرتبه دوم

الگوریتم‌های چندمدلی برای سیستمی با مدل‌های متفاوت کاربرد دارد. در برخی از سیستم‌ها تحت شرایطی، مدل سیستم با زمان تغییر می‌کند و از نوعی به نوع دیگر انتقال پیدا می‌کند. یک نمونه معروف از این نوع سیستم‌ها، مدل حرکتی یک شیء در مختصات فیزیکی است که به‌طور ویژه شامل بحث ردیابی اهداف و پیش‌بینی مسیر حرکتی یک هدف است. همان‌طور که قبلاً گفته شد، در مدل‌سازی حرکت اهداف، روش‌ها و محاسبات گوناگونی وجود دارد که منجر به استخراج مدل‌های متفاوتی برای حرکت هدف می‌شود. به‌عنوان نمونه مرجع [۱۸] مقاله‌ای مناسب برای معرفی مدل‌های گوناگون و با فرضیات متفاوت برای

احتمال حالت تمایل به تغییر مدل
پیش‌بینی احتمال مدل سیستم
ماتریس انتقال تبدیل مود سیستم
شعاع مسیر دایره‌ای
مقدار انحراف معیار
زاویه متناظر با کمان مسیر
مقدار فاز

مقدمه

یکی از مسائل حائز اهمیت در بالابردن قدرت نظامی یک کشور به‌کارگیری سیستم‌های دقیق ردیابی و پیش‌بینی موقعیت هدف، به‌خصوص در ردیابی اهداف راداری مانور بالاست. ردیابی اهداف یکی از ابزارهای مهم در سیستم‌های نظارت، مراقبت و هدایت است که به‌عنوان نمونه در سیستم‌های رادار، سونار، تلسکوپ‌های نوری، حسگرهای مادون‌قرمز، ربات‌های خودگردان و شبکه تلفن همراه کاربرد [۱-۳]. وظیفه اصلی سیستم‌های ردیابی، به‌دست آوردن موقعیت، سرعت و شتاب مربوط به اهداف است [۴]. مسئله اصلی در این سیستم‌ها استخراج اطلاعات حرکت هدف از روی مشاهدات نویزی است. پیچیدگی‌های حاکم بر دینامیک حرکات هدف و ماهیت غیرخطی آن و نیز وجود عدم قطعیت‌ها و نویزهای متعدد سیستم و مکانیزم اندازه‌گیری موجب به‌کارگیری فیلترهای مختلف غیرخطی از جمله صافی کالمن توسعه‌یافته، روش‌های شبه مونت‌کارلو، روش‌های هوشمند ردیابی هدف با استفاده از شبکه‌های عصبی و منطق فازی و فیلترهای پاره‌ای گوسی در چند سال گذشته شده است [۵-۷]. صافی‌های گوسی یک دسته‌ی خاص از روش بیزین هستند که بر پایه‌ی مدل سیستم و فرض گوسی بودن نویزها کار می‌کند [۸-۱۱]. در مسائل تخمین بیزین هدف نهایی تخمین یک بردار تصادفی به‌شرط در اختیار داشتن مشاهدات است. تخمین حالت با استفاده از صافی کالمن توسعه‌یافته در سیستم‌های دینامیکی، یکی از روش‌های محبوب در تحقیقات است [۱۲]. در [۱۳] مسئله BOT با فیلتر IMM و فیلتر ذرات PF^۵ استفاده شده است. صافی‌های کالمن بر اساس مدل سیستم و اندازه‌گیری کار می‌کند، در نتیجه برای ردیابی یک هدف باید مدل حرکتی آن در دسترس باشد. برای انتخاب مناسب کوواریانس‌های نویز اندازه‌گیری و سیستم برخی مراجع مانند [۱۴] یا [۱۵] به ترتیب روش تطبیقی با استفاده از روش بازگشتی Sage Husa بر اساس معیار بیشترین همانندی و نیز روش تطبیقی با استفاده از قواعد فازی را پیاده‌سازی کرده‌اند. اما نتیجه شبیه‌سازی‌های مقاله حاضر برای یک هدف مانوردار نشان می‌دهد که با توجه به حجم بالای محاسبات و تغییر بسیار کمی که مشاهده می‌شود، تخمین آن‌ها با توجه به شرایط مسئله روش مناسب‌تری باشد. مرجع [۱۶]

5- Particle filter

3- Extended kalman filter

4- Bearing only tracking

مدل حرکت هدف در گام زمانی k به چه مدلی است. یا اینکه اگر فرض شود مدل هدف در زمان $k-2$ ، m^l و در زمان $k-1$ ، m^i باشد برای مدل در گام زمانی k تحلیل بهتری می‌توان صورت داد. این درحالی است اگر از مدل مارکوف مرتبه اول استفاده شود وقتی مدل حرکت هدف در گام زمانی $k-1$ معلوم باشد، انتخاب مدل حرکت هدف در زمان k سخت‌تر است. به عنوان مثال اگر فرض کنیم توپیی به سمت زمین پرتاب شود و بعد از برخورد به زمین بلند شود، تخمین ما از نقطه انتهایی، زمانی که فقط از یک گام قبل، یعنی نقطه برخورد به زمین اطلاع داریم، از دقت کمتری برخوردار است تا زمانی که بدانیم توپ از کدام نقطه و با چه زاویه‌ای به زمین برخورد کرده است.

در مقاله [۱۹] روشی ارائه شده که در آن فرض مدل مارکوف به صورت مرتبه دوم اصلاح می‌شود و ادعا شده است که با این فرض ردیابی بهتر صورت می‌گیرد. در این مقاله فرض شده است که مدل فعلی یک سیستم به دو حالت قبل آن بستگی دارد و با مثال نشان داده شده است که با این فرض تحلیل رفتار حرکت کارآمدتر و بهتر است. بنابراین برای انتخاب ماتریس انتقال حالت به صورت زیر عمل می‌شود:

$$p\left(m_k^{(j)} \mid m_{k-1}^{(i)}, m_{k-2}^{(l)}, Z^{1:k-1}\right) \stackrel{\Delta}{=} \pi_{j|i,l} \quad (2)$$

$$\forall i, j, l = 1, \dots, M$$

که $\pi_{j|i,l}$ همان‌های یک ماتریس انتقال حالت $\Pi_{M \times M \times M}$ است که انتخاب آن به صورت آفلاین و بر اساس درک و تحلیل اولیه از رفتارهای ممکن برای هدف به دست می‌آید. در نتیجه برای محاسبه $\pi_{j|i}$ بر اساس روابط زیر را خواهیم داشت:

$$\pi_{j|i} = p\left(m_k^{(j)} \mid m_{k-1}^{(i)}, Z^{1:k-1}\right) = \sum_{l=1}^N p\left(m_k^{(j)} \mid m_{k-1}^{(i)}, m_{k-2}^{(l)}, Z^{1:k-1}\right) p\left(m_{k-2}^{(l)} \mid m_{k-1}^{(i)}, Z^{1:k-1}\right) \quad (3)$$

$$\Rightarrow \pi_{j|i} = \sum_{l=1}^N \pi_{j|i,l} p\left(m_{k-2}^{(l)} \mid m_{k-1}^{(i)}, Z^{1:k-1}\right)$$

$$p\left(m_{k-2}^{(l)} \mid m_{k-1}^{(i)}, Z^{1:k-1}\right) = \frac{1}{c_{k-1}^i} p\left(z_{k-1}^{(i)} \mid m_{k-1}^{(i)}, m_{k-2}^{(l)}, Z^{1:k-2}\right) \mu_{k-2}^{i|l} \quad (4)$$

ترم c_{k-1}^i یک عبارت نرمالیزه‌سازی است و در ادامه شیوه‌ی محاسبه $\mu_{k-2}^{i|l}$ بر اساس الگوریتم IMM آمده است.

به صورت زیر بیان می‌شود: $p\left(z_{k-1}^{(i)} \mid m_{k-1}^{(i)}, m_{k-2}^{(l)}, Z^{1:k-2}\right)$ یک تابع همانندی است که

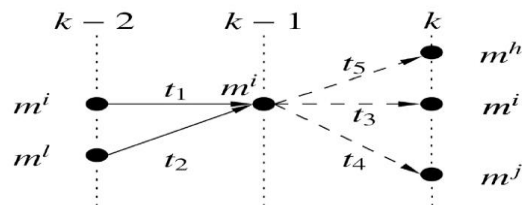
$$p\left(z_{k-1}^{(i)} \mid m_{k-1}^{(i)}, m_{k-2}^{(l)}, Z^{1:k-2}\right) = N\left(z_{k-1}^{(i)}; \hat{z}_{k-1|k-2}^{i|l}; S_{k-1|k-2}^{i|l}\right) \quad (5)$$

حرکت هدف است. بر این اساس، در مقاله حاضر برای داشتن یک ردیابی جامع از الگوریتم چندمدلی برهم‌کنشی یا همان IMM بهره گرفته می‌شود. الگوریتم IMM بر اساس دو فرض اساسی فرموله می‌شود و بحث ردیابی با چند مدل با استفاده از آن انجام می‌گیرد. یک فرض این است که مجموعه‌ی مودهای سیستم (مدل حرکت هدف) نامتغیر و دقیقاً با مجموعه مدل‌های واقعی سیستم معادل باشد ($S_m \equiv S_s$). فرض دوم این است که مجموعه مودهای سیستم در هر گام زمانی، رفتار مدل مارکوف مرتبه اول داشته باشد. به این معنی که پرش مود سیستم در لحظه k فقط به مود آن سیستم در لحظه قبل ($k-1$) وابسته است و احتمال آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$p\left(m_k^{(j)} \mid m_{k-1}^{(i)}, Z^{1:k-1}\right) = \pi_{j|i}, \quad \forall i, j = 1, \dots, M \quad (1)$$

و $\pi_{j|i}$ همان‌های یک ماتریس $\Pi_{M \times M}$ است که اصطلاحاً ماتریس انتقال تبدیل مود نام دارد. انتخاب این ماتریس معمولاً به صورت آفلاین صورت می‌گیرد و بر روی دقت و عملکرد الگوریتم IMM تأثیر زیادی دارد. استفاده کردن از فرض مدل مارکوف مرتبه اول به خوبی نمی‌تواند توصیف‌کننده رفتار سیستم باشد. این در حالی است که مدل‌های مارکوف مرتبه بالاتر اطلاعات دنباله‌دار بیشتری از مدل سیستم می‌دهد و به صورت دقیق‌تری می‌تواند توصیف‌گر رفتار سیستم باشد.

در این مقاله از مدل مارکوف مرتبه‌ی دوم به جای IMM مرتبه دوم استفاده می‌شود. تفاوت این دو روش در این است که در مدل IMM مرتبه‌ی η به تعداد n^η مدل حرکتی نیاز داریم که n تعداد حالت‌های حرکتی را نشان می‌دهد. در نتیجه برای IMM مرتبه‌ی دوم نیاز به n^2 مدل حرکتی می‌باشد، این در حالی است که مارکوف مرتبه‌ی دوم با اصلاح چند رابطه و با کمک گرفتن از مدل IMM مرتبه‌ی دوم تنها به n مدل حرکتی نیاز دارد. که به نسبت IMM روش بهتری محسوب می‌شود. به عنوان مثال، شکل زیر نمایش گرافیکی از تغییر مدل سیستم یک هدف برای سه گام زمانی $k-2$ ، $k-1$ و k را نشان می‌دهد.



شکل ۱- نمایشی گرافیکی از تغییر مدل در یک سیستم چند مدلی

همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، در صورتی که برای هدف دو گام زمانی از قبل نوع مدل سیستم معلوم باشد، درک و تحلیل بهتری از گرایش و تمایل مدل حرکت هدف می‌توان داشت. به عنوان مثال چنانکه فرض شود مدل هدف در زمان $k-2$ ، m^i و در زمان $k-1$ ، m^i باشد با توجه به شکل ۱، با درک بهتری می‌توان گفت گرایش

پس از بررسی شرایط اولیه و گذر از مرحله صافی کردن جهت بهروزرسانی احتمال مدل (برای $j = 1, \dots, M$) داریم [۱۹،۲۰]:

$$\tilde{Z}_k^i = Z_k - \hat{Z}_{k|k-1}^i \quad (۱۵)$$

$$N(\tilde{Z}_k^i; 0, S_{k|k-1}^i) = L_k^i \quad (۱۶)$$

$$\mu_k^{(i)} = \frac{L_k^i \mu_{k|k-1}^{(i)}}{\sum_{\langle j \rangle} L_k^j \mu_{k|k-1}^{(j)}} \quad (۱۷)$$

در نتیجه ترکیب تخمین‌ها به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\hat{X}_{k|k} = \sum_{\langle i \rangle} \hat{X}_{k|k}^{(i)} \mu_k^{(i)} \quad (۱۸)$$

$$P_{k|k}^{xx} = \sum_{\langle i \rangle} (P_{k|k}^{(i)} + (\hat{X}_{k|k} - \hat{X}_{k|k}^{(i)})(\hat{X}_{k|k} - \hat{X}_{k|k}^{(i)})') \mu_k^{(i)} \quad (۱۹)$$

ردیابی هدف از روی سمت

ردیابی هدف بسته به نوع مشاهده‌گر به دو نوع فعال و غیرفعال تقسیم‌بندی می‌شود که از مهم‌ترین وظایف مشاهده‌گرهای غیرفعال کشف سیگنال‌های منتشرشده از هدف و به دنبال آن کشف فاصله و جهت حرکت هدف است. یک روش مرسوم و استاندارد در اندازه‌گیری‌های غیرفعال تشخیص جهت موج دریافتی است که نشانگر زاویه یا جهت بین مشاهده‌گر و هدف است. ردیابی بر اساس چنین اندازه‌گیری به ردیابی از روی سمت BOT^v معروف است [۲۱]. برای ردیابی از روی سمت باید از مدل حرکت هدف و مدل اندازه‌گیری اطلاع داشت. مدل حرکتی هدف در مختصات دوبعدی با سرعت ثابت به صورت مدل شتاب نویز سفید مستقیم مطرح می‌شود:

$$X_k' = FX_{k-1}' + Gw_{k-1}$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 \\ T & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} \\ 0 & T \end{bmatrix} \quad (۲۰)$$

یکی از مهم‌ترین مسائل در بحث ردیابی، امکان به‌دست آوردن حالت‌های هدف با استفاده از اندازه‌گیری‌ها یا به بیان بهتر قابلیت مشاهده‌پذیری حالت‌های هدف از روی مشاهدات اندازه‌گیری است. مشاهده‌پذیری در بحث BOT وابستگی زیادی به تعداد مشاهده‌گرهای مستقل دارد. در صورتی که تعداد مشاهده‌گرها بیشتر از یک باشد مشاهده‌پذیری برقرار است اما وقتی که از یک مشاهده‌گر استفاده شود تضمین مشاهده‌پذیری مشکل می‌شود.

در مرجع [۴] اثبات شده است که اگر مشاهده‌گر دارای سرعت

براساس تخمین حالت‌های سیستم l ام در گام زمانی $k-2$ و مدل $k-2$ و مدل سیستم i ام در گام زمانی $k-1$ به صورت زیر محاسبه می‌شود (این محاسبات بر اساس صافی کالمن توسعه یافته است):

$$\hat{X}_{k-1|k-2}^{i|l} = f_{k-1}^i(\hat{X}_{k-2|k-2}^{i|l}) \quad (۶)$$

$$P_{k-1|k-2}^{i|l} = F_{k-1}^i P_{k-2|k-2}^{i|l} F_{k-1}^{i T} + Q_{k-2}^i \quad (۷)$$

$$\hat{Z}_{k-1|k-2}^{i|l} = h_{k-1}^i(\hat{X}_{k-1|k-2}^{i|l}) \quad (۸)$$

$$S_{k-1|k-2}^{i|l} = H_{k-1}^i P_{k-1|k-2}^{i|l} H_{k-1}^{i T} + R_{k-1}^i \quad (۹)$$

بنابراین فرض الگوریتم IMM به گونه‌ای در نظر گرفته می‌شود که ماتریس $[\pi_{j|i}]$ به صورت تطبیقی و در هر گام زمانی اصلاح می‌شود. در حالت معمول صافی IMM، زمانی که تنها با یک گام زمانی قبل از مجموعه‌ی S_{k-1} سروکار داریم، با استفاده از قانون ماتریس

گرافی $G_{k-1,k}^1 = (g_i^j)_{n \times n}$ ، که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$g_i^j = \begin{cases} 1 & \{m_{k-1}^i, m_k^j\} \text{ may occur} \\ 0 & \{m_{k-1}^i, m_k^j\} \text{ cannot occur} \end{cases} \quad (۱۰)$$

به این نتیجه می‌رسیم که برای SOMC، $G_{k-2,k-1,k}^2 = (g_{l,i}^j)_{n \times n \times n}$ است، که $g_{l,i}^j = 1$ اگر $\pi_{j|l,i} > 0$ و در غیر این صورت $g_{l,i}^j = 0$ در نتیجه برای $G_{k-2,k-1,k}^2$ با تفکیک به صورت $G_{k-2,k-1,k}^1 = (g_i^j)_{n \times n}$ و داریم:

$$g_{l,i}^j = \begin{cases} 1 & g_l^i = 1, g_i^j = 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (۱۱)$$

با توجه به آنچه گفته شد در نهایت ماتریس احتمال انتقال مدل SOMC به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\pi_{j|l,i} = \begin{cases} \lambda_{l,i} & i=j \\ \frac{1-\lambda_{l,i}}{N_{l,i}} & i \neq j \end{cases} \quad (۱۲)$$

به طوری که $N_{l,i} = \sum_{j=1}^n g_{l,i}^j, l, i, j = 1, \dots, n$

$$\lambda_{l,i} = \begin{cases} \lambda_{nc} & l=i \\ \lambda_c & l \neq i \end{cases} \quad (۱۳)$$

که در این رابطه λ_{nc}, λ_c به ترتیب احتمال حالت تمایل به تغییر و تمایل به بدون تغییر بودن است. از آنجا که همواره احتمال بدون تغییر بودن بیشتر است داریم:

$$\lambda_{nc} = p_{\max}, \lambda_c = p_{\min} \quad (۱۴)$$

$$N(X_k; \hat{X}_{k|k-1}, P_{k|k-1}^{xx}) dX_{k-1} + R_k \quad (24)$$

در این حالت ترم اضافه شده به تابع هزینه بر تطبیق R بی تأثیر است. درحالی که در شبیه سازی ها با این تابع هزینه، تطبیق R و انجام نمی گیرد. برای مقابله با این مشکل به جای استفاده کردن از دنباله ای ابداع از دنباله ای ابداع به روز شده استفاده می شود، به عبارت دیگر:

$$\varepsilon_k = Z_k - h(\hat{X}_{k|k}) \quad (25)$$

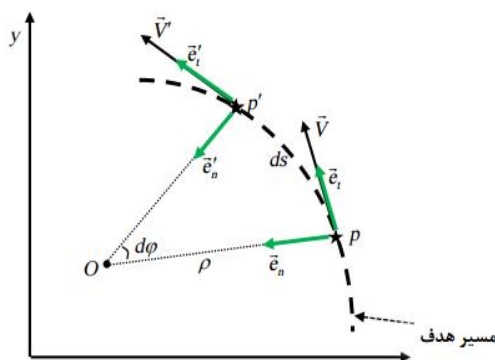
یعنی به جای اینکه در تابع هزینه $Z_k - h(\hat{X}_{k|k-1})$ کاهش پیدا کند، به دنبال کمینه کردن $Z_k - h(\hat{X}_{k|k})$ هستیم. بر این اساس تابع هزینه به صورت زیر مطرح می شود:

$$J_k = \frac{\gamma_1}{2} tr\{(P_{k|k-1}^{zz} - C_k^r)^2\} + \frac{\gamma_1}{2} (\varepsilon_k' \varepsilon_k) \quad (26)$$

که γ_1 و γ_2 ضرایبی جهت نمایش بهتر تابع هزینه است.

مدل مانوردار

در مدل مانوردار، هدف برخلاف حالت سرعت ثابت، دارای شتاب است. با توجه به شکل زیر، در این مدل هدف دارای دو شتاب مستقل در جهت مماس بر مسیر حرکت و در جهت عمود بر آن است که به ترتیب در راستای دو بردار یکه \vec{e}_n, \vec{e}_t قرار دارند. در بازه زمانی dt هدف از نقطه p مسیر ds را طی کرده و به نقطه p' رسیده است. هدف در نقطه p دارای بردار سرعت \vec{V} است که مماس بر مسیر حرکت است و در نقطه p' دارای بردار سرعت \vec{V}' است. ds کمانی از یک دایره با مرکز o و شعاع ρ است که $d\varphi$ زاویه ای متناظر با آن کمان است [۳۱].



شکل ۲- مسیر هدف در مدل مانوردار و مشاهده گر

مسیر هدف در بازه زمانی dt به صورت زیر قابل بیان است:

$$ds = \rho d\varphi \quad (27)$$

ثابت باشد امکان دسترسی به حالت های هدفی با سرعت ثابت وجود ندارد. با کمک هندسه ی مسئله ی BOT می تواند عملکرد ردیاب را بهبود بخشید. به عنوان یک اصل کلی، اگر هدف یک مرتبه ی حرکتی بالاتر از مشاهده گر داشته باشد، اطلاعات فاصله مشاهده ناپذیر است [۴، ۲۲]. مثلاً برای یک هدف ساکن باید مشاهده گر حداقل در دو مکان متفاوت اندازه گیری داشته باشد و لازمه ی این کار این است که مشاهده گر حداقل دارای سرعت ثابت باشد [۲۳-۲۶]. برای یک هدف با سرعت ثابت شرط لازم مشاهده پذیری این است که مشاهده گر حداقل باید بعد از یک مسیر سرعت ثابت یک بار مانور داشته باشد [۴]. در بعضی از تحقیقات از شیوه ی مانور دادن مشاهده گر برای بهتر شدن ردیابی استفاده می کنند که با تعریف تابع هزینه ای از حالت ها و تخمین ها قوانین کنترل مشاهده گر برای کاهش آن تابع هزینه استخراج می شود [۲۷، ۲۸]. همان طور که گفته شد وقتی از چند مشاهده گر مستقل استفاده می شود مشاهده پذیری حالت هدف قابل تضمین است، اما در عوض شیوه ی تبادل اطلاعات بین مشاهده گر ها وارد مسائل ردیابی می شود که این موضوع محل بحث این مقاله نیست. در این مقاله مسئله ی اصلی این است که از یک مشاهده گر برای ردیابی یک هدف استفاده شود.

جهت بین مشاهده گر و هدف به صورت زیر تعریف می شود:

$$\theta_k = \arctg \frac{y_k - y_k^0}{x_k - x_k^0} \quad (21)$$

که (x_k^0, y_k^0) موقعیت مشاهده گر است و θ_k زاویه ی بین هدف و مشاهده گر در گام زمانی k ام در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ و بر حسب رادیان است. در محیط واقعی اندازه گیری توأم با نویز است که در اینجا این نویز به صورت جمع شونده به معادله ی اندازه گیری اضافه می شود. ضمناً این نویز به صورت گوسی و مستقل از نویز حرکت هدف فرض می شود. در نتیجه مدل اندازه گیری به صورت زیر مطرح می شود [۲۹]:

$$\arctg \frac{y_k - y_k^0}{x_k - x_k^0} + v_{\theta,k} \quad (22)$$

که $v_{\theta,k}$ نویز اندازه گیری با کوواریانس $R_k = \text{cov}(v_{\theta,k})$ موجود است. بنابر مطالب گفته شده برای تطبیق و اصلاح کوواریانس ها با قاعده ی MIT و تابع هزینه $J_k = \frac{\gamma_1}{2} tr\{(S_k^r - C_k^r)^2\}$ ، روش های چند مدلی عملکرد مناسبی ندارند. برای این کار باید اثر دنباله ای ابداع هم جزء تابع هزینه در نظر گرفته شود [۳۰]:

$$\hat{Z}_{k|k-1} = \int h_k(X_k) \times N(X_k; \hat{X}_{k|k-1}, P_{k|k-1}^{xx}) dX_k \quad (23)$$

$$P_{k|k-1}^{zz} = \int (h_k(X_k) - \hat{Z}_{k|k-1}) \times (h_k(X_k) - \hat{Z}_{k|k-1})' \times$$

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}_x(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{v}_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x(t) \\ \dot{v}(t) \cos(\varphi(t)) - v(t) \dot{\varphi}(t) \sin(\varphi(t)) \\ v_y(t) \\ \dot{v}(t) \sin(\varphi(t)) + v(t) \dot{\varphi}(t) \cos(\varphi(t)) \end{bmatrix} \quad (39)$$

اگر فرض شود که هدف در حال حرکت، حرکتی با سرعت ثابت خطی و شتاب زاویه‌ی ثابت داشته باشد [18]، آنگاه می‌توان نوشت:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}_x(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{v}_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x(t) \\ -v(t) \dot{\varphi}(t) \sin(\varphi(t)) \\ v_y(t) \\ v(t) \dot{\varphi}(t) \cos(\varphi(t)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x(t) \\ -v(t) \dot{\varphi}(t) \\ v_y(t) \\ v(t) \dot{\varphi}(t) \end{bmatrix} \quad (40)$$

بعد از گسسته‌سازی به روش کیلی هامیلتون نتیجه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$X_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(\omega_k T)}{\omega_k} & 0 & \frac{\cos(\omega_k T) - 1}{\omega_k} \\ 0 & \cos(\omega_k T) & 0 & -\sin(\omega_k T) \\ 0 & \frac{1 - \cos(\omega_k T)}{\omega_k} & 1 & \frac{\sin(\omega_k T)}{\omega_k} \\ 0 & \sin(\omega_k T) & 0 & \cos(\omega_k T) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_k \\ V_{x,k} \\ y_k \\ V_{y,k} \end{pmatrix} \quad (41)$$

که ω_k میزان نرخ چرخش در گام زمان k ام است که اگر معلوم باشد معادله‌ی بالا خطی می‌شود؛ اما اگر نامعلوم باشد باید این متغیر جزء متغیرهای حالت به حساب آید. در نتیجه متغیرهای حالت به شکل زیر اصلاح می‌شود:

$$X_k = [x_k \quad v_{x,k} \quad y_k \quad v_{y,k} \quad \omega_k]^T \quad (42)$$

برای تخمین حالت اضافه‌شده از توصیف مدل وینر استفاده می‌شود [۱۸]:

$$\omega_{k+1} = \omega_k + w_{\omega,k} \quad (43)$$

که در این رابطه $w_{\omega,k}$ یک نویز با مشخصات گوسی با میانگین صفر است. در نتیجه داریم [۱۹]:

$$X_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(\omega_k T)}{\omega_k} & 0 & \frac{\cos(\omega_k T) - 1}{\omega_k} & 0 \\ 0 & \cos(\omega_k T) & 0 & -\sin(\omega_k T) & 0 \\ 0 & \frac{1 - \cos(\omega_k T)}{\omega_k} & 1 & \frac{\sin(\omega_k T)}{\omega_k} & 0 \\ 0 & \sin(\omega_k T) & 0 & \cos(\omega_k T) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_k \\ V_{x,k} \\ y_k \\ V_{y,k} \\ \omega_k \end{pmatrix} \quad (44)$$

نامعینی‌ها در این مدل به صورت عدم قطعیت جمع شونده با پارامتر سرعت خطی و زاویه‌ای در نظر گرفته می‌شود. به این معنی است که با قاطعیت فرض $a_i(t) = 0$ برقرار نیست و حرکت هدف شتاب نویزی دارد. بردار نویز به صورت $\bar{W}_k = [W_{x,k}, W_{y,k}, W_{\omega,k}]^T$ فرض می‌شود و با احتساب این بحث، مدل تصادفی حرکت مانوردار هدف به صورت زیر تعمیم داده می‌شود:

$$X_{k+1} = F_{\omega,k} X_k + \bar{G} \bar{W}_k \quad (45)$$

اگر dt به اندازه کافی کوچک باشد، ds یک خط در راستای بردار یک‌ه‌ی \bar{e}_t فرض می‌شود. با این فرض در بازه‌ی زمانی dt بردار سرعت \bar{V} به صورت رابطه (۲۸) محاسبه می‌شود:

$$\bar{V} = \frac{ds}{dt} \bar{e}_t \quad (28)$$

یعنی سرعت در نقطه‌ی p با تغییرات مسیر ds در بازه‌ی dt و در جهت \bar{e}_t طبق رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\frac{ds}{dt} = \rho \frac{d\varphi}{dt} = \rho \dot{\varphi} = v \Rightarrow \bar{V} = v \bar{e}_t \quad (29)$$

با مشتق‌گیری از رابطه‌ی فوق شتاب هدف در نقطه‌ی p به صورت زیر است:

$$a = \frac{d\bar{V}}{dt} = \dot{v} \bar{e}_t + v \dot{\bar{e}}_t \quad (30)$$

$\dot{v} \bar{e}_t$ ناشی از تغییرات اندازه‌ی بردار سرعت و $v \dot{\bar{e}}_t$ ناشی از تغییرات جهت بردار سرعت است. ترم اول نشانگر مانور خطی و ترم دوم نشانگر مانور زاویه‌ای است. با توجه به اینکه زاویه‌ی بین دو بردار \bar{e}_n, \bar{e}_n ، $d\varphi$ است، و زاویه بین \bar{e}_t, \bar{e}_t هم $d\varphi$ است. اگر $d\varphi$ بسیار کوچک باشد جهت بردار \bar{e}_t در جهت بردار \bar{e}_n قرار می‌گیرد. بنابراین داریم:

$$d\bar{e}_t = d\varphi \bar{e}_n \Rightarrow \dot{\bar{e}}_t = \dot{\varphi} \bar{e}_n \quad (31)$$

همان‌طور که گفته شد شتاب به دو مؤلفه مماسی و عمودی (زاویه‌ای) تجزیه می‌شود، پس می‌توان نوشت:

$$a = a_t \bar{e}_t + a_n \bar{e}_n \quad (32)$$

$$a_t = \dot{v} = \rho \dot{\varphi} + \dot{\rho} \varphi \quad (33)$$

$$a_n = v \dot{\varphi} = \rho \dot{\varphi}^2 = \frac{v^2}{\rho} \quad (34)$$

که a_t شتاب خطی مماس بر مسیر و a_n شتاب زاویه‌ای است. برای مدل‌سازی در مختصات کارترین، سرعت هدف به دو مؤلفه‌ی در راستای محور x و محور y تجزیه می‌شود. اگر فرض شود که زاویه‌ی بین بردار \bar{e}_t و محور x برابر φ باشد و i و j بردارهای یک‌ه در راستای x و y باشند داریم:

$$v_x(t) = v(t) \cos(\varphi(t)) \quad (35)$$

$$v_y(t) = v(t) \sin(\varphi(t))$$

$$\bar{v}_x(t) = v(t) \cos(\varphi(t)) \cdot \bar{i} \quad (36)$$

$$\bar{v}_y(t) = v(t) \sin(\varphi(t)) \cdot \bar{j}$$

$$\dot{V}(t) = a_t(t) \quad (37)$$

$$\dot{\varphi}(t) = \frac{a_n(t)}{V(t)} \quad (38)$$

پس معادلات حرکت به صورت زیر به دست می‌آید:

مثال عددی

در این بخش فرض می‌شود هدف در موقعیت اولیه (8km, -10km) با سرعت ثابت (3.9m/s, 5m/s) در حال حرکت است. بعد از ۲۰۰۰ ثانیه هدف با سرعت زاویه‌ای $\omega = 0.003 \text{ rad/s}$ حرکتی مانوری انجام می‌دهد؛ و بعد از آن با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و در زمان ۶۰۰۰ ثانیه با سرعت زاویه‌ای $\omega = -0.005 \text{ rad/s}$ مانوری انجام می‌دهد. و این مانور تا زمان ۸۰۰۰ ثانیه ادامه می‌یابد.

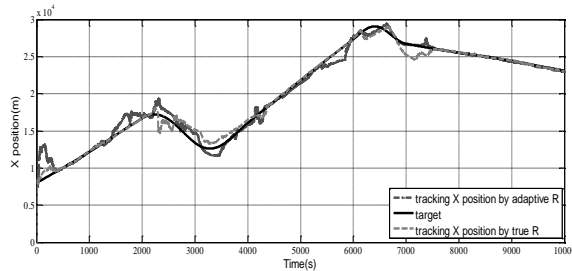
در معادلات EKF نیز به محاسبه‌ی $\partial h(x) / \partial x$ نیاز است.

$$\frac{\partial h(x)}{\partial x} = \left[\frac{\partial h}{\partial x} \quad \frac{\partial h}{\partial \dot{x}} \quad \frac{\partial h}{\partial y} \quad \frac{\partial h}{\partial \dot{y}} \right] \quad (51)$$

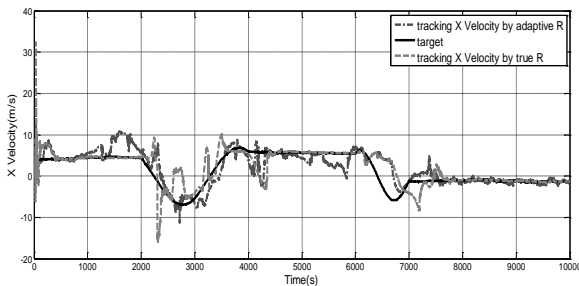
همان‌طور که گفته شد، حرکت مشاهده‌گر باید به گونه‌ای انتخاب شود که از جهت مشاهده‌پذیری مشکلی وجود نداشته باشد. برای این کار حرکت مشاهده‌گر به صورت مانور زاویه‌ای توأم با سرعت خطی به نسبت بیشتر از حرکت هدف در نظر گرفته می‌شود و مشاهده‌گر مسیری سینوسی را طی می‌کند. همچنین ماتریس انتقال مدل به صورت زیر فرض می‌شود که در IMM استفاده می‌شود:

$$\pi = \begin{pmatrix} 0.9999 & 0.0001 \\ 0.0001 & 0.9999 \end{pmatrix} \quad (52)$$

در حالت مانوردار نیز ابتدا سعی می‌کنیم ردیابی هدف را با استفاده از کوواریانس نويز اندازه‌گیری تطبیقی انجام دهیم. برای مقایسه بین دو حالت ردیابی با استفاده از R تطبیقی و صحیح [۲۲] نتایج حاصل برای سرعت و موقعیت در دو بعد در شکل‌های ۳ تا ۷ نشان داده شده است.



شکل ۳- مقایسه‌ی تخمین موقعیت X با R تطبیقی و صحیح



شکل ۴- مقایسه‌ی تخمین سرعت X با R تطبیقی و صحیح

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix} \quad (46)$$

برای \overline{GW}_k ماتریس کوواریانس به صورت زیر است:

$$Q_{CT,k} = \text{cov}(\overline{GW}_k) = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}T^4\sigma_{x,k}^2 & \frac{1}{2}T^2\sigma_{x,k}^2 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}T^2\sigma_{x,k}^2 & T^2\sigma_{x,k}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4}T^4\sigma_{y,k}^2 & \frac{1}{2}T^2\sigma_{y,k}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}T^2\sigma_{y,k}^2 & T^2\sigma_{y,k}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & T\sigma_{\omega,k}^2 \end{bmatrix} \quad (47)$$

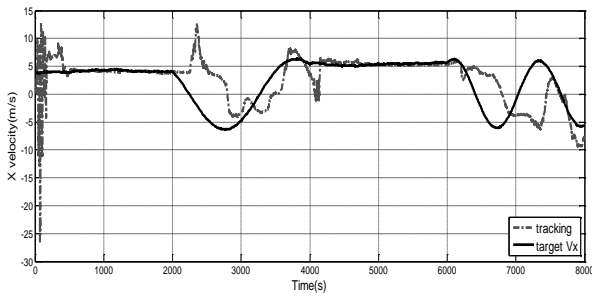
در مدل صافی کالمن توسعه‌یافته باید مدل خطی سازی شود که به صورت زیر داریم [۴]:

$$F_{\omega,k} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(\hat{\omega}_k T)}{\hat{\omega}_k} & 0 & \frac{\cos(\hat{\omega}_k T) - 1}{\hat{\omega}_k} & f_{\omega,1}(k) \\ 0 & \cos(\hat{\omega}_k T) & 0 & -\sin(\hat{\omega}_k T) & f_{\omega,2}(k) \\ 0 & \frac{1 - \cos(\hat{\omega}_k T)}{\hat{\omega}_k} & 1 & \frac{\sin(\hat{\omega}_k T)}{\hat{\omega}_k} & f_{\omega,3}(k) \\ 0 & \sin(\hat{\omega}_k T) & 0 & \cos(\hat{\omega}_k T) & f_{\omega,4}(k) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (48)$$

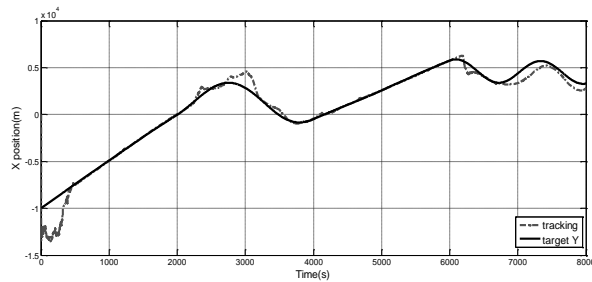
$$\begin{bmatrix} f_{\omega,1}(k) \\ f_{\omega,2}(k) \\ f_{\omega,3}(k) \\ f_{\omega,4}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos(\hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{x,k} - \sin(\hat{\omega}_k T)\hat{v}_{x,k}}{\hat{\omega}_k} & \frac{\sin(\hat{\omega}_k T)\hat{v}_{x,k} - \cos(\hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{y,k}}{\hat{\omega}_k} & \frac{\sin(\hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{y,k}}{\hat{\omega}_k} & \frac{\sin(\hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{y,k}}{\hat{\omega}_k} \\ -\sin(\hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{x,k} & -\cos(\hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{y,k} & & \\ \frac{\sin(\hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{x,k}}{\hat{\omega}_k} & \frac{1 - \cos(\hat{\omega}_k T)\hat{v}_{x,k}}{\hat{\omega}_k^2} & \frac{\cos(\hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{y,k}}{\hat{\omega}_k} & \frac{\sin(\hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{y,k}}{\hat{\omega}_k^2} \\ \cos(\hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{x,k} & -\sin(\hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{y,k} & & \end{bmatrix} \quad (49)$$

و زمانی که $\omega_k = 0$ باشد مدل خطی به صورت زیر است:

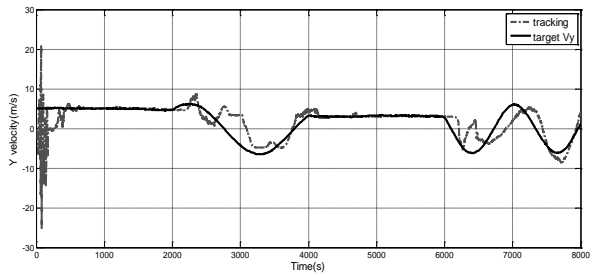
$$F_{\omega,k} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 & -\frac{1}{2}T^2\hat{v}_{y,k} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -T\hat{v}_{y,k} \\ 0 & 0 & 1 & T & \frac{1}{2}T^2\hat{v}_{x,k} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T\hat{v}_{x,k} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (50)$$



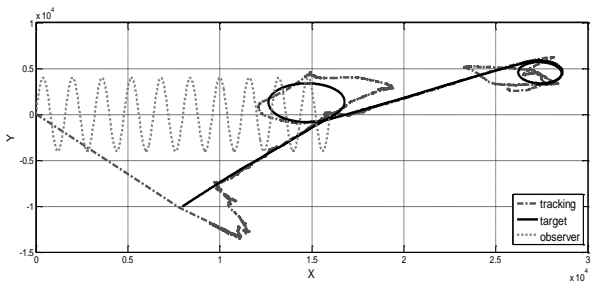
شکل ۹- تخمین سرعت X مارکوف مرتبه اول



شکل ۱۰- تخمین موقعیت Y مارکوف مرتبه اول

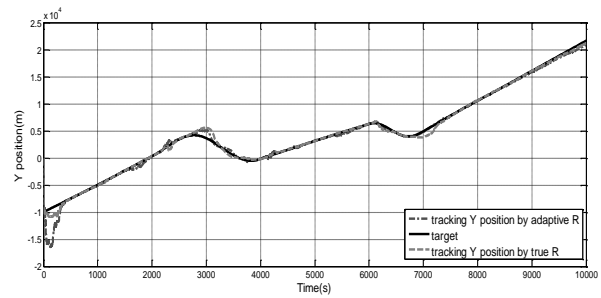


شکل ۱۱- تخمین سرعت Y مارکوف مرتبه اول

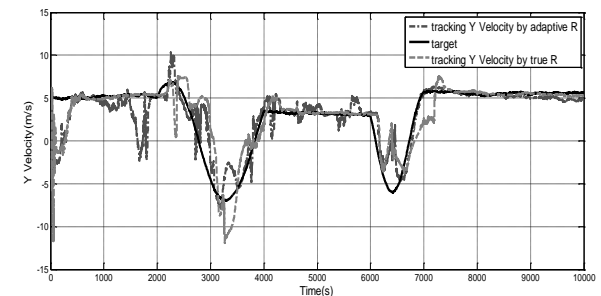


شکل ۱۲- ردیابی هدف مارکوف مرتبه اول

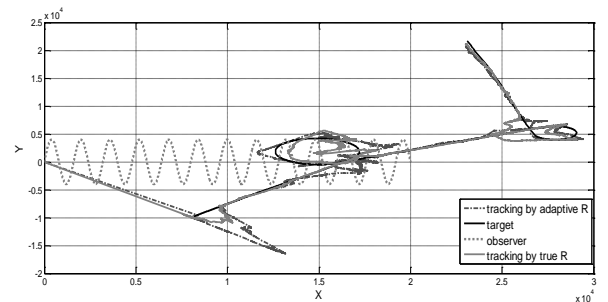
مشاهده می‌شود که در روش مارکوف مرتبه اول، ردیابی انجام می‌شود اما خطای زیادی دارد و دقیقاً در موقعی که مانور اتفاق می‌افتد، مدل مارکوف مرتبه اول در انتخاب مسیر از خود ضعف نشان می‌دهد که استفاده از مدل مارکوف مرتبه بالاتر می‌تواند این موضوع را حل کند. در این مقاله فرض شده است که مجموعه مودها (مدل‌ها) سیستم در هر گام زمانی، رفتار مدل مارکوف مرتبه دوم دارد، به این



شکل ۵- مقایسه‌ی تخمین موقعیت Y با R تطبیقی و صحیح

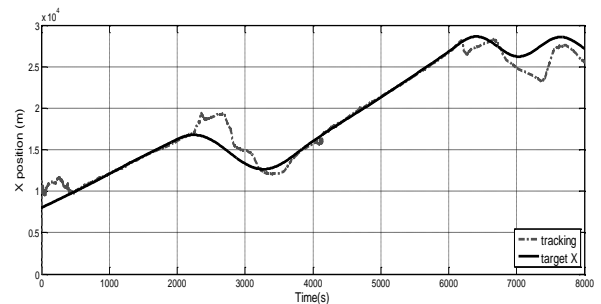


شکل ۶- مقایسه‌ی تخمین سرعت Y با R تطبیقی و صحیح

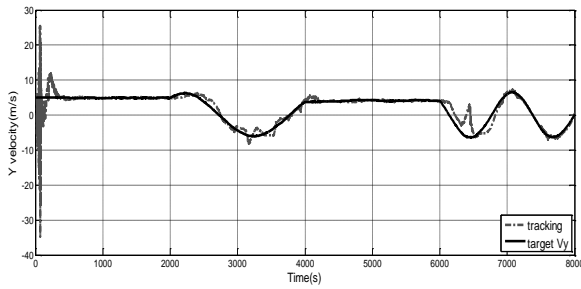


شکل ۷- مقایسه‌ی ردیابی هدف با R تطبیقی و صحیح

با مشاهده‌ی نتایج شبیه‌سازی متوجه می‌شویم که در هر دو حالت ردیابی انجام می‌شود، با توجه به اینکه که روش تطبیقی با وجود معادلات سنگین تفاوت چندانی نسبت به روش انتخاب R صحیح ندارد، در ادامه‌ی کار ردیابی هدف، از R صحیح استفاده می‌شود. شکل‌های ۸ تا ۱۲ نیز نتایج حاصل از اعمال روش مارکوف مرتبه اول در ردیابی هدف را نشان می‌دهد.

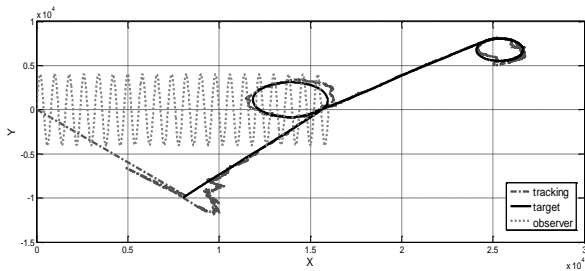


شکل ۸- تخمین در موقعیت X مارکوف مرتبه اول



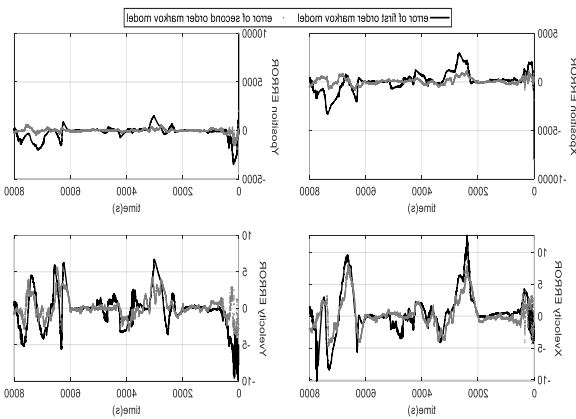
شکل ۱۶- تخمین سرعت Y مارکوف مرتبه دوم

همان طور که در شکل های ۱۳ تا ۱۶ مشاهده می شود ردیابی سرعت و موقعیت در دو بعد در این مدل از خطای کمتری برخوردار است.



شکل ۱۷- ردیابی هدف مارکوف مرتبه دوم

مشاهده می شود که نتایج حاصل از مارکوف مرتبه دوم به مراتب بهتر از مارکوف مرتبه اول است و ردیابی بسیار بهتر انجام شده است.



شکل ۱۸- مقایسه خطای ردیابی مدل مارکوف مرتبه اول و مرتبه دوم

شکل ۱۸ نشان می دهد که ردیابی هدف با استفاده از مدل مارکوف مرتبه دوم خطای کمتری نسبت به مدل مارکوف مرتبه اول دارد.

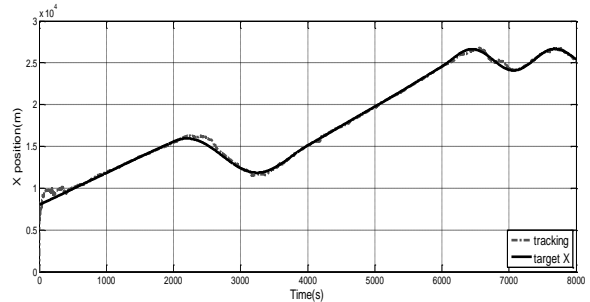
نتیجه گیری

در این مقاله به روش BOT و با استفاده از صافی IMM ردیابی هدف برای مدل مانوردار در دو بعد انجام شد. از مهم ترین کارهای انجام شده در این مقاله، علاوه بر ردیابی مناسب هدف به روش BOT، می توان

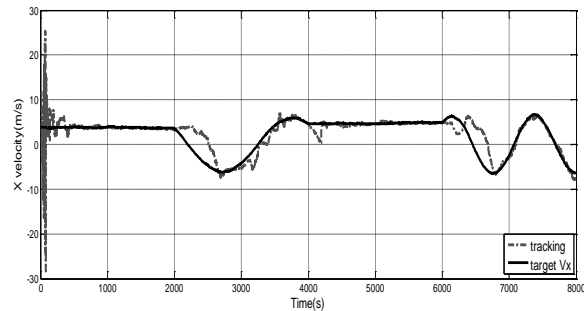
معنی که مدل فعلی یک سیستم به دو حالت قبل آن بستگی دارد و نشان داده شده است که با این فرض تحلیل رفتار حرکت بهتر و کارآمدتر است. بنابراین داریم:

$$P(S_k^{(j)} / S_{k-1}^{(i)}, S_{k-2}^{(l)}) = \pi_{j|i,i} \quad (53)$$

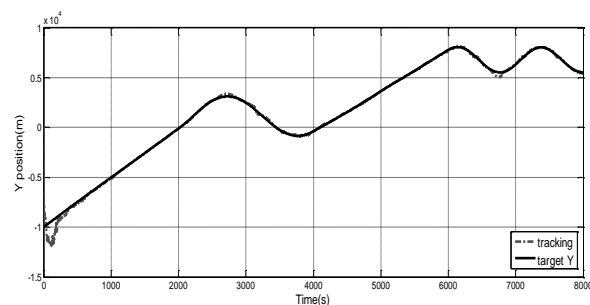
بعد از انجام محاسبات و اصلاحات، الگوریتم IMM به گونه ای اصلاح می شود که ماتریس π_{ij} به صورت تطبیقی و در هر گام زمانی اصلاح می شود و با شبیه سازی این موضوع نشان داده شده است. کاری که در این مقاله انجام گرفته است طراحی روش جدید IMM (SIMM) با فیلترهای خطی کالمن و توسعه آن برای سیستم های غیرخطی با استفاده از صافی کالمن توسعه یافته EKF می باشد که نتایج حاصل از اعمال این روش در شکل های ۱۳ تا ۱۷ نمایش داده شده است.



شکل ۱۳- تخمین موقعیت X مارکوف مرتبه دوم



شکل ۱۴- تخمین سرعت X مارکوف مرتبه دوم



شکل ۱۵- تخمین موقعیت Y مارکوف مرتبه دوم

International Conference on Information Fusion,
p.p 1-8, 2011.

- [11] A.G. Lindgren, K.F. Gong, "Position and Velocity Estimation Via Bearing Observations," *IEEE Transactions on Aerospace and electronic systems*, vol.4, p.p 564-577, 1978.
- [12] M. T. Sabet, A. R. Fathi, and H. R. Mohammadi Daniali, "Optimal design of the own ship maneuver in the bearing-only target motion analysis problem using a heuristically supervised extended Kalman filter," *Ocean Engineering*, vol. 123, p.p 146-153, 2016.
- [13] B. Ristic and M. S. Arulampalam, "Tracking a manoeuvring target using angle-only measurements: algorithms and performance," *Signal Processing*, vol.83, p.p 1223-1238, 2003.
- [14] H. E. Soken, C. Hacizade, and S. Sakai, "Simultaneous adaptation of the process and measurement noise covariances for the UKF applied to nanosatellite attitude estimation," *IFAC Proceedings*, vol. 47, no. 3 p.p 5921-5926, 2014.
- [15] X. Wang, Z. You, and K. Zhao, "Inertial/celestial-based fuzzy adaptive unscented Kalman filter with Covariance Intersection algorithm for satellite attitude determination," *Aerospace Science and Technology*, vol.48, p. p 214-222, 2016.
- [16] B. Feng, M. Fu, H. Ma, Y. Xia, and B. Wang, "Kalman Filter With Recursive Covariance Estimation & Sequentially Estimating Process Noise Covariance," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol.61, p.p 6253-6263, 2014.
- [17] le Cadre, J-P., and S. Laurent-Michel, "Optimizing the receiver maneuvers for bearings-only tracking," *Automatica*, vol.35, no.4, p.p 591-606, 1999.
- [18] Li, X. Rong, and V. P. Jilkov, "Survey of maneuvering target tracking. Part I. Dynamic models," *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, vol.39, no.4, p.p 1333-1364, 2003.
- [19] J. Lan, X. R. Li, V. P. Jilkov, and C. Mu, "Second-Order Markov Chain Based Multiple-Model Algorithm for Maneuvering Target Tracking," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol.49, no.1, p.p 3-19, 2013.
- [20] Blom, AP. Henk, and y. Bar-Shalom, "The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.33, no.8, p.p 780-783, 1998.
- [21] Nardone, C. Steven. and M. L. Graham, "A closed-form solution to bearings-only target motion analysis," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol.22, no.1, p. p. 168-178, 1997.

به استفاده از مدل مارکوف مرتبه‌ی دوم اشاره کرد که به تطبیق ماتریس انتقال مدل می‌انجامد. برای تطبیق کوواریانس‌ها روش‌های متنوعی مانند روش فازی، دنباله‌ی ابداع، قاعده‌ی MIT و... وجود دارد که با توجه به کارایی و نیز حجم محاسبات، در اینجا از قاعده‌ی MIT استفاده شد. همچنین با مقایسه‌ی نتایج (در شکل‌های ۱۲ و ۱۷) می‌توان دریافت که به‌رغم استفاده از مدل‌های کمتر در مارکوف مرتبه دوم نسبت به IMM مرتبه دو، در این روش، ردیابی به‌صورت دقیق‌تری نسبت به مارکوف مرتبه اول انجام می‌شود.

تعارض منافع

هیچگونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.

مراجع

- [1] J.A. Fawcett, "Effect of course maneuvers on bearings-only range estimation," *IEEE Transactions On Acoustics Speech and Signal Processing*, vol. 36, no.8, p.p. 1193-1199, 1988.
- [2] Y. Oshman and P. Davidson, "Optimization of observer trajectories for bearings-only target localization," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 3, p.p. 892-902, 1999.
- [3] M. Gavish and A. J. Weiss, "Performance analysis of bearing-only target location algorithms," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System*, vol.28, no.3, p.p 817-828, 1992.
- [4] Popoli. R and S. Blackman, "Design and Analysis of Modern Tracking Systems," *Artech House radar library*. Artech House 1 1999.
- [5] M. F. Huber, "Chebyshev polynomial Kalman filter," *Digital Signal Processing*, vol. 23, no. 5, p. p. 1620-1629, 2013.
- [6] T. Yang, P. G. Mehta, and S. P. Meyn, "Feedback particle filter," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.58, no.10, p. p. 2465-2480, 2013.
- [7] B. Jia, M. Xin, and Y. Cheng, "High-degree cubature Kalman filter," *Automatica*, vol. 49, no. 2, p.p 510-518, 2013.
- [8] L. Badriasl, and. K. Dogancay, "Three-Dimensional Target Motion Analysis Using Azimuth/Elevation Angles," *IEEE Transactions On Aerospace And Electronic System*, vol.50, no.4, p.p. 3178-3194, 2014.
- [9] L. Scala and M,B Morelande, "An analysis of the single sensor bearings-only tracking problem," *11th International Conference on Information Fusion*, p.p 1-6, 2008.
- [10] O. Straka, J. Dunik and M. Simandl, "Performance Evaluation of Local State Estimation Methods in Bearings-only Tracking Problems," *14th*

- [27] Le Cadre , J.-P. and O. Tremois, “Bearings-only tracking for maneuvering sources,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol.34, no.1, p.p 179-193, 1998.
- [28] Ristic , Branko, and B. Arulampalam., “Bernoulli Particle Filter with Observer Control for Bearings-Only Tracking in Clutter,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol.48, no.3, p.p 2405–2415, 2012.
- [29] D. H. Dini, C. Jahanchahi, and D. P. Mandic, “Kalman filtering for widely linear complex and quaternion valued bearings only tracking,” *IET Signal Processing*, vol.6, no.5, p.p 435–445, 2012.
- [30] K. Ito and K. Xiong, “Gaussian filters for nonlinear filtering problems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol 45, no.5, p.p 910–927, 2000.
- [31] Kraige, J. L. Meriam and L. G., *Engineering Mechanics: Dynamics 7th Edition: Dynamics*, Seven editions, John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [22] B. Ristic, S. Arulampalam, and N. Gordon, “Beyond the Kalman Filter: Particle Filters for Tracking Applications,” *Artech House*, 2003 .
- [23] A. Farina, “Target tracking with bearings-Only measurements,” *Signal Processing*, vol.78, no.1, p.p 61–78, 1999.
- [24] S. E. Hammel, P.T. Liu, E.J. Hilliard, et.al, “Optimal observer motion for localization with bearing measurements,” *Computers and Mathematics with applications*, vol.18, no. 1-3 , p 171-180, 1989.
- [25] S. E. Hammel, and V. J. Aidala, “Observability requirements for three dimensional tracking via angle measurements,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* , vol.2, p.p 200–207, 1985.
- [26] S. C. Nardone, and V. J. Aidala, “Observability criteria for bearings-only target motion analysis,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems*, vol.2, p.p 162–166, 1981.