

Research Paper

Maximum Likelihood-Based Worst-Case Optimization Design of Hydrazine Propulsion System for A satellite Orbital Transfer System under Uncertainty

Alireza Toloei^{1*}, Mohammad Fatehi², and Behrooz Keshtegar³.

1,2- Department of Aerospace Engineering, Faculty of New Technologies, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.

3- Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Zabol University, Zabol, Iran.

*** toloei@sbu.ac.ir**

In this paper, a design of a hydrazine monopropellant system is proposed based on the maximum likelihood for the presentation of uncertainties, without any specific assumptions about the type of distribution and even uncertainty in distribution parameters by the Johnson distributions family. The maximum likelihood method for the combination of spars point and interval data has been added to a separate formulation for design variables and parameters. This formulation is also suitable for both epistemic and aleatory uncertainty with three presentation types of spars points, single interval, and multi-interval.

Keyword: Worst-Case optimization, mono propellant propulsion system, maximum likelihood, Uncertainty.

1. Associate Professor (Corresponding Author)
r Ph.D. Candidate
3. Associate Professor

مقاله علمی - پژوهشی

طراحی بهینه بدترین حالت سامانه پیشرانش هیدرازین برای یک سامانه انتقال مداری تحت عدم قطعیت مبتنی بر حداکثر درست‌نمایی

علیرضا طلوعی^{۱*}، محمد فاتحی^۲ و بهروز کشته‌گر^۳

۱ و ۲- دانشکده فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران ایران

۳- گروه عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه زابل، زابل، ایران

*toloei@sbu.ac.ir

در پژوهش حاضر به پیشنهاد طراحی یک سامانه تک‌مؤلفه‌ای هیدرازینی، مبتنی بر حداکثر درست‌نمایی برای بیان عدم قطعیت‌ها، بدون هیچ فرض خاصی بر روی نوع توزیع و حتی عدم قطعیت در پارامترهای توزیع توسط مجموعه خانواده جانسون پرداخته شده است. روش حداکثر درست‌نمایی برای ترکیب داده‌های بازه‌ای و تنک به یک فرمول‌بندی جداسازی شده برای متغیرها و پارامترهای طراحی افزوده شده که سازگار با هر دو نوع عدم قطعیت شناختی و غیر شناختی با هر سه نوع داده تنک، چند بازه‌ای و تک بازه‌ای است. در نهایت چارچوب پیشنهادی برای سه روش بهینه‌سازی طراحی بدترین حالت برای یک سامانه پیشرانش تک مؤلفه‌ای هیدرازین پیاده‌سازی شده و بایکدیگر مقایسه شده‌اند.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی بدترین حالت، سیستم پیشرانش تک‌مؤلفه‌ای، حداکثر درست‌نمایی، عدم قطعیت قطعیت، عدم قطعیت شناختی، عدم قطعیت داده‌های بازه‌ای

علائم و اختصارات

مقدمه

با پیشرفت در علم و فناوری، تقاضا برای وسایل نقلیه هوافضایی همراه با کارایی بالاتر، قابلیت اطمینان و مقاومت بیشتر، هزینه و ریسک کمتر روزافزون شده است. در دنیای واقعی مقادیر گسترده‌ای از عدم قطعیت‌ها، ناشی از ذات خود سامانه در تمام چرخه عمر آن وجود دارد. این عدم قطعیت‌ها ممکن است باعث تغییرات یا نوسان در عملکرد سامانه، انحراف شدید، نتایج غیرمنتظره یا حتی خطای عملکردی بی‌سابقه و شکست مأموریت شود؛ بنابراین به حساب‌آوردن عدم قطعیت‌ها از همان ابتدای طراحی وسایل نقلیه هوافضایی حائز اهمیت است [۱]. متناظر با این اهداف روش‌های مختلف ارزیابی و مقابله با اثرات عدم قطعیت ورودی برای مسائل بهینه‌سازی طراحی

σ	انحراف استاندارد
Δ	حداکثر دامنه تغییر
∇	گرادیان
$H(x)$	ماتریس هسیان
k	سطح قابلیت اطمینان
λ	پارامتر اندازه
ξ	پارامتر مکانی

۱. دانشیار (نویسنده مخاطب)

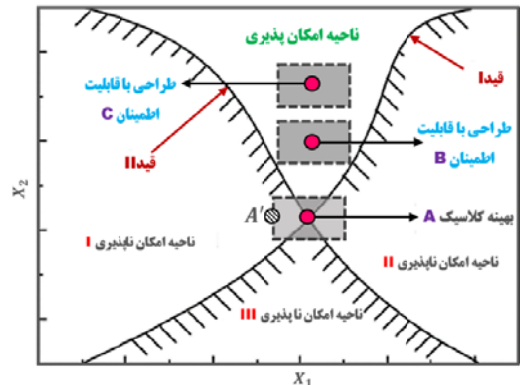
۲. دانشجوی دکتری

۳. دانشیار

ارائه شده است. می‌توان به روش‌هایی چون بهینه‌سازی بدترین حالت، طراحی مقاوم و دسته‌های مربوط به آن، انواع طراحی مبتنی بر قابلیت اطمینان و غیره اشاره کرد. در پژوهش حاضر به روش بهینه‌سازی بدترین حالت پرداخته می‌شود.

بهینه‌سازی بدترین حالت

روش بهینه‌سازی بدترین حالت یکی از روش‌هایی است که به‌طور گسترده برای ارزیابی قابلیت اطمینان پاسخ استفاده می‌شود. همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده است در صورتی که B ، A و C نقاط طراحی باشند، مستطیل خاکستری اطراف آن‌ها عملکرد ناشی از عدم قطعیت را نشان می‌دهد. اعمال یک اغتشاش کوچک بر روی پاسخ طراحی ناشی از بهینه‌سازی کلاسیک A می‌تواند منجر به پاسخ غیرامکان پذیر A' شود.



شکل ۱- طراحی بهینه کلاسیک و بهینه بدترین حالت [۲]

بهینه‌سازی بدترین حالت در اصل یک محدوده‌ای از عدم قطعیت حول هر نقطه طراحی ایجاد می‌کند. این ناحیه در واقع مقادیر ممکن تابع عملکرد است که توسط عدم قطعیت‌ها ایجاد می‌شود. اگر هر نقطه در این محدوده به ناحیه غیرقابل قبول وارد شود طرح موردنظر رد می‌شود و تنها طرحی که بدترین نقطه در آن محدوده، قیدهای موردنظر طراحی را نقض نکند به‌عنوان بهینه انتخاب می‌گردد. در این روش نیازی به تعیین توزیع احتمالاتی تابع هدف و قیدها نیست [۳، ۲].

برای حل این مسئله در پژوهش حاضر از سه نوع روش برای فرمول‌بندی بهینه‌سازی بدترین حالت استفاده شده است.

- WCO^4 اصلی یا مرسوم (O_WCO^4)
- WCO مبتنی بر بدترین رئوس (W_WCO^6)
- WCO مبتنی بر گرادیان (G_WCO^7)

4. Worst Case Optimization
5. Original _Worst Case Optimization
6. Worst-vertex-based Worst-Case Optimization
7. Gradient-based Worst-Case Optimization

پیاده‌سازی بهینه‌سازی بدترین حالت برای طراحی یک سامانه نیازمند برداشتن دو گام به شرح زیر است:

۱. بیان و تعریف عدم قطعیت

۲. فرمول‌بندی کلی بهینه‌سازی بدترین حالت

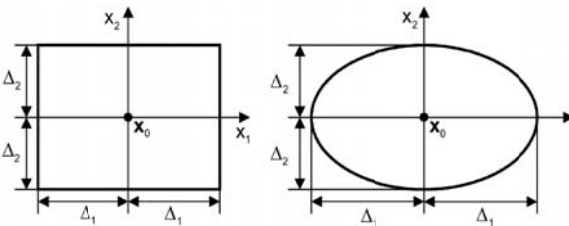
برای عدم قطعیت حول نقطه طراحی تعاریف مختلفی شده است که در پژوهش حاضر از مدل مستطیلی به صورت رابطه ۱ استفاده شده است:

$$U(x_0) = \{\xi \in R^n: x_0 - \Delta \leq \xi \leq x_0 + \Delta\} \quad (1)$$

Δ حداکثر دامنه تغییر ممکن از مقدار نامی متغیر x_0 متغیر است. مدل بیضوی مدل دیگری است که می‌توان به صورت رابطه ۲ آن را بیان نمود.

$$U(x_0) = \{\xi \in R^n: (\xi - x_0)^T (Q^{-1})^2 (\xi - x_0) \leq 1\} \quad (2)$$

در این رابطه $Q = k \text{diag}(\sigma_i)$ و σ انحراف استاندارد است [۴]. در شکل ۲ می‌توان تصویر این دو تعریف را مشاهده کرد. k سطح قابلیت اطمینانی است که توسط طراح تعیین می‌گردد. به‌عنوان مثال در توزیع نرمال استاندارد $k=1$ مطابق با سطح قابلیت اطمینان ۹۵٪ است.



شکل ۲- بیان عدم قطعیت‌ها [۴]

بررسی بر روی مقالات و پژوهش‌های انجام‌شده در این زمینه منجر به دسته‌بندی شکل ۳ برای متغیرهای موجود در طراحی‌های مبتنی بر عدم قطعیت شده است.

منطبق با پژوهش حاضر متغیرهای موجود را می‌توان به دو دسته کلی متغیرهای طراحی و متغیرهای غیرطراحی (پارامترهای طراحی) تقسیم کرد. معمولاً طراح با دو دسته متغیر روبه‌رو است متغیرهایی که می‌تواند با تغییر آنها تابع هدف یا قیدها را کنترل کند و دسته دوم که عدم قطعیت دارند ولی طراح کنترلی بر روی آن ندارد [۵]. در روش‌های بیان‌شده مرسوم بهینه‌سازی بدترین حالت، این جداسازی بین متغیر طراحی و پارامتر طراحی صورت نگرفته است. لذا ممکن است با دست‌کم‌گیری پاسخ‌ها روبرو شد زیرا در پارامترهای طراحی، طراح عملاً هیچ کنترلی بر روی تغییرات ندارد. به همین دلیل در پژوهش حاضر فرمول‌بندی روش‌های بهینه‌سازی بدترین حالت بهبودیافته است به طوری که بین متغیرها و پارامترهای طراحی تمایز قائل می‌شود.

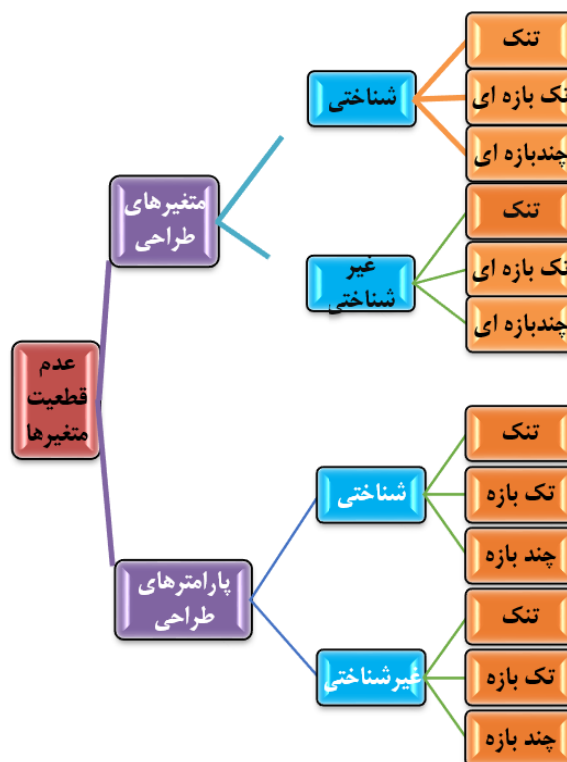
شامل داده‌های تنک به صورت نقاط گسسته، تنک بازه‌ای و یا چند بازه‌ای در مورد متغیر موردنظر شود. در پژوهش حاضر فرمولاسیون بهینه‌سازی بدترین حالت تحت هر دو نوع عدم قطعیت غیر شناختی و شناختی با استفاده از ارائه احتمالاتی از انواع مختلف عدم قطعیت پیشنهاد می‌گردد. فرمولاسیون بیان شده با هر دو نوع داده‌های بازه‌ای و نقاط پراکنده بدون هیچ فرضی در مورد توزیع احتمال متغیرهای تصادفی مطابقت می‌کند.

بیان عدم قطعیت

بیان عدم قطعیت‌های ورودی، اولین گام در آنالیز قابلیت اطمینان و بهینه‌سازی طراحی‌های احتمالاتی برای هر سامانه‌ای است. معمولاً برای بیان عدم قطعیت از توزیع‌های احتمالاتی استفاده می‌شود. انتخاب مناسب‌ترین و دقیق‌ترین نوع توزیع برای متغیرهای تصادفی ورودی مهم است زیرا می‌تواند بعد از انتشار این عدم قطعیت‌ها در خروجی‌ها تأثیر زیادی داشته باشد. با این حال گاهی داده‌ها به صورت نقاط گسسته، غیردقیق و یا ناقص هستند که منجر به عدم قطعیت در پارامترهای توزیع و حتی در مورد نوع توزیع می‌شود. در واقعیت این احتمال وجود دارد که نوع توزیع متغیرهای ورودی در دست نباشد یا نتوان به درستی آن را مشخص کرد، به خصوص در مسائل هوافضایی که داده‌های آماری به حد کافی در دسترس نیست یا هزینه‌بر است.

به همین دلیل در پژوهش حاضر از یک خانواده منعطف از توزیع‌های احتمالاتی به نام خانواده توزیع‌های جانسون استفاده شده است. در این مجموعه خانواده به صورت خودبه‌خود عدم قطعیت در پارامترهای توزیع نیز مورد توجه قرار می‌گیرد و از روش محاسبات تولید نمونه برای تعیین نوع توزیع جانسون برای پارامترها نیز می‌توان استفاده کرد. درحالی‌که از چندین نوع توزیع چهار پارامتری دیگر از جمله پیرسون، بتا و لامبدا می‌توان استفاده کرد ولی خانواده توزیع جانسون یک انتخاب مناسب است. یک دلیل اساسی آن انتقال ساده به فضای نرمال استاندارد است. همچنین به راحتی می‌توان از آن برای آنالیز قابلیت اطمینان و روش‌های بهینه‌سازی طراحی مبتنی بر قابلیت اطمینان استفاده کرد. مجموعه خانواده‌ی جانسون قادر است با تقریب خیلی نزدیک تعداد زیادی از توزیع‌های استاندارد را با یکی از فرم‌های خود تطبیق دهد [۹،۸].

توزیع جانسون یک توزیع چهار پارامتری است که می‌تواند چهار ممان اول را برای یک دامنه‌ی گسترده‌ای از اشکال توزیع‌های احتمالاتی تطابق دهد. بیرویات در سال ۱۹۸۹ با جزئیات، مزیت‌های سیستم انتقال توزیع جانسون برای مدل‌سازی ورودی شبیه‌سازی را به خصوص در مقایسه با توزیع‌های بتا و خانواده‌ی



شکل ۳- جدول بندی عدم قطعیت‌ها [۵]

هر یک از این دو دسته می‌تواند عدم قطعیت‌های شناختی^۸ و غیرشناختی^۹ را شامل شود [۵]. عدم قطعیت غیرشناختی در مراجع و متون مختلف با نام‌های عدم قطعیت فیزیکی یا ذاتی و عدم قطعیت غیرقابل کاهش نیز یاد شده است [۶]. در هر صورت چون در سامانه‌های فیزیکی رایج عدم قطعیت در پارامترهای ورودی وجود دارد لذا این نوع را غیرقابل کاهش می‌نامند. عدم قطعیت شناختی ناشی از کمبود یا عدم اطلاعات در مورد سامانه با توجه به محدودیت در داده‌ها، محدودیت در اندازه‌گیری، تقریب ساده در رفتار مدل‌سازی سامانه، اطلاعات ناقص و گاهی بی‌خبری در هریک از فازها و یا عملکرد پروسه‌های طراحی است. این نوع عدم قطعیت نوعاً با افزایش اطلاعات در مورد همان متغیر کاهش می‌یابد. اکثر روش‌هایی که تاکنون توسعه یافته‌اند بر روی عدم قطعیت غیر شناختی می‌باشند. حالتی که اطلاعات احتمالاتی دقیقاً مشخص هستند درحالی‌که چنین اطلاعات دقیقی در مورد توزیع احتمال به‌ندرت در عمل در دسترس است. البته مطالعات کمی در متون برای مقابله با عدم قطعیت شناختی ناشی از کمبود اطلاعات گزارش شده است. مجله‌ی «مهندسی قابلیت اطمینان و امنیت سامانه» در موضوعات تخصصی به بحث درباره این دو نوع عدم قطعیت می‌پردازد [۷،۶]. هر یک از این عدم قطعیت‌ها می‌تواند

8. Epistemic
9. Aleatory

را طوری مشخص می‌کند که تابع درست‌نمایی حداکثر شود. با این‌حال تابع درست‌نمایی $L(P)$ ممکن است به‌طور طبیعی برای حداکثر کردن پیچیده باشد. از این‌رو معمولاً از لگاریتم طبیعی تابع درست‌نمایی استفاده شده و به‌صورت $\log(L(P))$ نمایش داده می‌شود. با توجه به اینکه تابع لگاریتم طبیعی یک تابع اکیداً یکنواست، حداکثر کردن $L(P)$ با حداکثر کردن $\log(L(P))$ برای می‌کند. لگاریتم تابع درست‌نمایی به‌صورت رابطه ۴ بیان می‌شود

$$\log(L(P)) = \log \prod_{i=1}^n f(x_i|P) = \sum_{i=1}^n \log f(x_i|P) \quad (4)$$

اگر داده‌های مشاهده‌شده از آزمایش‌های مختلف و یا نظرات متخصص‌های مختلف به‌عنوان منابع داده‌ها باشند، می‌توان داده‌ها را طبق معادله، مستقل فرض نمود از این‌رو تابع درست‌نمایی اشتراکی برای پارامتر P به‌صورت رابطه ۵ بیان می‌شود.

$$L(P) \propto \prod_{i=1}^n f(x_i|P) \quad (5)$$

با حداکثر کردن این معادله می‌توان مقدار پارامتر P را تخمین زد که آن را عموماً بنام حداکثر تخمین درست‌نمایی یا MLE می‌شناسند [۱۶]. تابع حداکثر درست‌نمایی برای توزیع نرمال در رابطه ۶ آورده شده است.

$$L(\mu, \sigma) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (6)$$

برای ساده‌سازی از هر دو طرف لگاریتم طبیعی گرفته می‌شود. تابع لگاریتم درست‌نمایی به‌صورت رابطه ۷ مشخص می‌گردد.

$$\log(L(\mu, \sigma)) = \sum_{i=1}^n \log\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2}\right) = -n\log\sqrt{2\pi} - n\log\sigma - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2 \quad (7)$$

می‌توان با حداکثر کردن رابطه بالا دو پارامتر مقدار میانگین و واریانس توزیع نرمال را به دست آورد. به‌طور مشابه برای توزیع محدود جانشون لگاریتم طبیعی تابع درست‌نمایی به‌صورت رابطه ۸ بیان می‌شود.

$$\log(L(\delta, \gamma, \xi, \lambda)) = n\log\delta - n\log\sqrt{2\pi} - \sum_{i=1}^n \log\left(\frac{x_i-\xi}{\lambda}\right) - \sum_{i=1}^n \log\left(\frac{\lambda-x_i-\xi}{\lambda}\right) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^n \left[\gamma + \delta\log\left(\frac{x_i-\xi}{\lambda-x_i-\xi}\right)\right]^2 \quad (8)$$

با بهینه‌سازی به ازای چهار متغیر طراحی می‌توان چهار پارامتر این توزیع یعنی $(\delta, \gamma, \xi, \lambda)$ را به ازای حداکثر کردن تابع درست‌نمایی بدست آورد.

برخلاف داده‌های نقاط گسسته که محاسبات آماری (مانند محاسبه ممان) دارای یک مقدار دقیق است، معمولاً برای داده‌های

نرمال و مثلثی بیان کرده است [۱۰]. برای بیان هر یک از انواع عدم قطعیت داده‌ها چه داده‌های تنک و چه داده‌های تک بازه‌ای و چند بازه‌ای می‌توان روش‌های مختلفی استفاده کرد. به‌عنوان مثال برای داده‌های تنک می‌توان روش‌هایی همچون روش‌های ممانی، تطابق صدک و دهک، تخمین حداقل مربعات، حداقل کردن خطای توزیع جانشون در مقایسه با تابع‌های چگالی تجمعی تجربی و غیره را نام برد. روش‌های مذکور در تخمین پارامترهای توزیع استفاده شده است و عدم قطعیت به‌صورت خودبه‌خود حتی در نوع توزیع در نظر گرفته می‌شود. در پژوهش حاضر به روش حداکثر درست‌نمایی برای داده‌های تنک پرداخته می‌شود [۴].

حداکثر درست‌نمایی

روش‌های مبتنی بر درست‌نمایی برای بیان احتمالاتی مقادیر عدم قطعیت نقاط گسسته یا تنک استفاده می‌شوند. این روش‌ها می‌توانند عدم قطعیت توزیع را وقتی که داده‌ها به‌صورت نقاط گسسته یا غیردقیق باشند برای توزیع‌های خاص از جمله نرمال، لوگ‌نرمال، توزیع جانشون محدود و غیره مشخص کند. تخمین پارامترها با حداکثر درست‌نمایی در چندین کاربرد مهندسی [۱۱-۱۳] نیز تاکنون استفاده شده است. تابع درست‌نمایی از تابع چگالی احتمال داده‌های نقاط گسسته تشکیل می‌شود. زمانی که نوع توزیع عدم قطعیت در تعدادی از متغیرهای تصادفی خاص مشخص شود پارامترهای توزیع عدم قطعیت مشخصاً قابل تعیین است.

بیان عدم قطعیت به روش مبتنی بر درست‌نمایی می‌تواند برای هر یک از روش‌های تحت عدم قطعیت همچون RDO، RBDO، WCO و RBRDO استفاده شود. درست‌نمایی برای یک پارامتر مانند P به معنای تعیین مقدار مناسب با احتمال پارامتر P برای یک جمعیت خاص است که در آن متغیر x شامل داده‌های مشاهده‌شده به‌عنوان نمونه است. اگر متغیرهای تصادفی مستقل باشند تابع چگالی اشتراکی به‌صورت رابطه ۳ نوشته می‌شود [۱۴، ۱۵]:

$$f(x_i|p) = f(x_1, \dots, x_n|p) = f(x_1|p) \dots f(x_n|p) \quad (3)$$

این تابع را تابع درست‌نمایی می‌نامند و به‌صورت $L(P)$ نمایش داده می‌شود. در یک مقدار خاص $P=P^*$ بیشترین احتمال اینکه تابع $f(x_i|p)$ مقادیر واقعی مشاهده‌شده را تولید کنند وجود دارد؛ بنابراین تخمین مقدار P که منجر به P^* شود منطقی است. برای یک توزیع پیوسته مشخص، پارامتر P وقتی که تابع درست‌نمایی یا تابع چگالی احتمال $f(x_i|p)$ بسیار بالا باشد (احتمال بالا) این مقدار احتمال یک تخمین از مقدار P می‌شود. در نتیجه این روش (MLE)^{۱۲} پارامتر P

10. Robust Design Optimization
11. Reliability Based Design Optimization
12. Maximum Likelihood Estimation

انتخاب شده و در هر گام به صورت عدد ثابت وارد بهینه سازی داخلی می شود. فرمولاسیون بهینه سازی آن به صورت رابطه ۹ بیان می شود [۱۹].

$$\min_x \left(\max_p (f(x|P) = \log(L(x|P))) \right) \quad (9)$$

$$s.t. \quad lb_i \leq x_i \leq ub_i \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, n$$

فرمول بندی بهینه سازی بدترین حالت

بعد از بیان عدم قطعیت ها آخرین گام تعیین فرمول بندی های بهینه سازی بدترین حالت است. اولین روش WCO اصلی است که از دو حلقه تودرتو برای رسیدن به پاسخ استفاده می کند. می توان آن را به صورت یک مسئله حداقل-حداکثر به صورت رابطه ۱۰ بیان کرد [۴].

$$\min_x \max_{\xi \in U(x)} f(\xi) \quad (10)$$

$$s.t. \max_{\xi \in U(x)} g_i(\xi) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m$$

این فرمول بندی به این معناست که مقادیر اولیه متغیرها برای تابع هدف و توابع قید با بدترین مقادیر جایگزین می شوند. به عنوان یک بهینه سازی حداقل-حداکثر، یک حلقه بهینه سازی در داخل دیگری وجود دارد لذا این فرآیند وقت گیر است و به میزان قابل توجهی کارایی را کاهش می دهد چراکه بهینه ساز داخلی باید برای هر نقطه از فضای جستجوی طراحی در هر گام بهینه سازی اجرا شود. به منظور کاهش بار محاسباتی، WCO مبتنی بر بدترین رئیس (WWCO) توسط اشتاینر و همکاران در سال ۲۰۰۴ [۴] پیشنهاد شد. این روش با هدف توجه به مقادیر مرزهای $U(d)$ در هر بعد و پیش بینی بدترین مقدار رأس شکل گرفت. قاعده اصلی WWCO تعیین جهت صعودی است که در آن مقادیر تابع هدف و قیده افزایش می یابد. این روش با پیش بینی بدترین رأس x_w تابع هدف شروع می شود و به صورت رابطه ۱۱ بیان می گردد: [۴، ۳]

$$x_w = x + \begin{cases} \text{sign}(f(x + k\sigma_1) - f(x - k\sigma_1))k\sigma_1 \\ \vdots \\ \text{sign}(f(x + k\sigma_n) - f(x - k\sigma_n))k\sigma_n \end{cases} \quad (11)$$

σ انحراف استاندارد متغیرهای تحت عدم قطعیت است. جهت صعود ممکن است همیشه برای تابع هدف و هر قید یکسان نباشد، بنابراین برای همه قیده ها باید بدترین رأس محاسبه شود.

مطابق با این بدترین رئیس، بدترین حالت تابع هدف و قیده ها می تواند به صورت رابطه ۱۲ تقریب زده شود [۳]:

$$\max_{\xi \in U(x)} f(\xi) \cong f(x_w) \quad (12)$$

$$\max_{\xi \in U(x)} g_i(\xi) \cong g_i(x_{w,i})$$

لذا فرمولاسیون به صورت زیر تغییر می یابد:

$$\min_{x \in S} f(x_w) \quad (13)$$

$$s.t. \quad g_i(x_{w,i}) \leq 0$$

طراحی بهینه بدترین حالت سامانه پیش رانش هیدرآزین برای یک سامانه انتقال مداری تحت عدم قطعیت مبتنی بر ...

بازه های این مقادیر به صورت یک کران بالا و پایین بیان می شود. پیدا کردن این کران ها در داده های بازه ای یک چالش محاسباتی است زیرا نوعاً نیازمند یک آنالیز بازه ای است که با استفاده از یک جستجوی ترکیبی ساخته می شود. در این بخش یک رویکرد مبتنی بر حداکثر لگاریتم درست نمایی برای متغیر x زمانی که به صورت چند بازه ای بیان شده است ارائه می گردد. روش پیشنهادی برای بیان عدم قطعیت در هر دو نوع روش RDO و RBDO نیز کاربرد دارد. برخلاف روش های دیگر بیان عدم قطعیت بازه ای که نیازمند یک سری محاسبات سنگین و آنالیز تو در تو است این روش مبتنی بر بهینه سازی بوده و به سادگی به کار بسته می شود. از دیگر ویژگی های این روش ها می توان به استفاده از آن ها در چارچوب های مختلف احتمالاتی و برای هر دو نوع عدم قطعیت شناختی و غیر شناختی اشاره کرد. همچنین در روش های مختلفی همچون FORM^{۱۳} و SORM^{۱۴} برای انتشار عدم قطعیت ها در طراحی های مبتنی بر قابلیت اطمینان نیز قابل استفاده هستند [۱۷]. در مقاله ای در سال ۲۰۱۱، ماهدوان و سانکارارامن [۱۸]، یک بیان احتمالاتی برای تخمین پارامترهای توزیع برای متغیرهای نقاط گسسته داده های بازه ای توسعه دادند. ایشان بیان کردند که تابع درست نمایی از PDF^{۱۵} داده های نقاط گسسته و CDF^{۱۶} داده های بازه ای به صورت اشتراکی استفاده می شود. همچنین تابع درست نمایی کامل را به این صورت تعریف کردند که یک تابع درست نمایی زمانی کامل است که یک ترکیبی از هر دو نوع عدم قطعیت نقاط گسسته و داده بازه ای با یک تابع احتمال توأمان همراه باشد. این روش مبتنی بر حداقل خطای نمونه سازی توسط پارامترهایی است که با استفاده از حداکثر کردن تابع درست نمایی حاصل شده و با یک بهینه سازی تودرتو بدست می آید. در داخلی ترین بهینه سازی حداکثر کردن درست نمایی بر اساس پارامترهای توزیع مدنظر است:

$$\max_p (\text{Likelihood Function})$$

برای توزیع جانسون محدود، ξ و λ دو پارامتر مکانی و اندازه هستند لذا این توزیع در بازه ای از $\xi + \lambda$ تا ξ تعریف می شود. مشخصاً برای داده های تک بازه ای، کران های بازه همان ابتدا و انتهای بازه و برای داده های چند بازه ای، حداقل ابتدای بازه در بین بازه های داده شده به عنوان کران پایین و حداکثر انتهای بازه در بین بازه های داده شده به عنوان کران بالا باید انتخاب شود.

$$\xi = \min \{a_i\}$$

$$\lambda = \max \{b_i\} - \min \{a_i\}$$

مقادیر x_i از بیرونی ترین بهینه سازی وارد بهینه سازی میانی می شود؛ یعنی در اصل در بیرونی ترین بهینه ساز x_i ها به نوعی از هر بازه

13. First Order Reliability Method
14. Second Order Reliability Method
15. Probability Density Function
16. Cumulative Distribution Function

بهینه کار اشتباه به نظر می‌رسد و حتی می‌تواند منجر به ناکارآمدی عملکرد سامانه نیز شود. به همین دلیل در چارچوب ارائه شده این متغیرها به حلقه داخلی منتقل شده و در یک بازه، مقداری از آن پذیرفته می‌شود که موجب تضعیف هدف سامانه شود. بدین سبب از تغییرات این مقادیر در یافتن مقدار بهینه تابع هدف استفاده نشده است. برای پیاده سازی چنین چارچوبی نیاز به یک تبادل بین متغیرهای طراحی و متغیرهای غیر طراحی در محاسبه تابع هدف است. همانگونه که از شکل ۴ نیز قابل برداشت است این تبادل منجر به یک کوپلینگ شده است. فرمولاسیون ارائه شده به صورت روابط ۱۷ تا ۲۰ در زیر بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} \min_d (\max_{\mu_z} f_w(\mu_z, d)) \\ \text{st. } \max_{\mu_z} g_w(\mu_z, d) \leq 0 \\ lb \leq d \leq ub \\ Z_l \leq \mu_z \leq Z_u \\ d - k\sigma \leq \xi \leq d + k\sigma \end{aligned} \quad (17)$$

For Original WCO

$$\begin{cases} f_w(\mu_z, d) = \max_{\xi \in U(d)} f(\xi) \\ g_w(\mu_z, d) = \max_{\xi \in U(d)} g(\xi) \end{cases} \quad (18)$$

For W_WCO

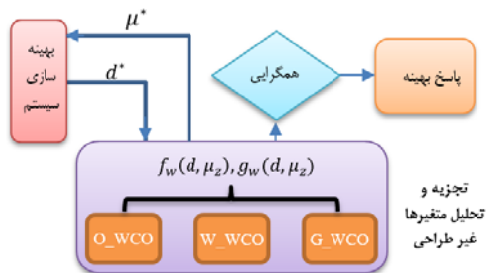
$$\begin{cases} f_w(\mu_z, d) = f(\mu_z, d_w) \\ g_w(\mu_z, d) = g(\mu_z, d_w) \end{cases} \quad (19)$$

$$d_w = d + \begin{cases} \text{sign}(fun(d + k\sigma_1) - fun(d - k\sigma_1))k\sigma_1 \\ \vdots \\ \text{sign}(fun(d + k\sigma_n) - fun(d - k\sigma_n))k\sigma_n \end{cases}$$

For G_WCO

$$\begin{cases} f_w(\mu_z, d) = f(\mu_z, d) + \|\nabla f(d)\| \max_{\xi \in U(d)} \|\xi - d\| \\ g_w(\mu_z, d) = g(\mu_z, d) + \|\nabla g(d)\| \max_{\xi \in U(d)} \|\xi - d\| \end{cases} \quad (20)$$

در آن Z_l و Z_u بردارهای کران پایین و بالای مقدار میانگین (μ_z) متغیرهای تصمیم‌گیری غیر طراحی در بهینه‌ساز داخلی است. الگوریتم پیشنهاد شده برای این چارچوب بهینه‌سازی به صورت شکل ۵ مشخص می‌گردد.



شکل ۴- الگوریتم بهینه بدترین حالت پیشنهادی

روش دیگری برای کاهش بار محاسباتی WCO، روش مبتنی بر گرادیان است. این روش در صورتی که تابع هدف و قیدها مشتق‌پذیر باشند تمایل به استفاده از بسط سری تیلور در همسایگی مقدار متوسط x دارد.

$$\begin{aligned} f(\xi) &= f(x) + \nabla f(x) \cdot (\xi - x) \\ &+ \frac{1}{2}(\xi - x)^T H(x)(\xi - x) \quad \forall \xi \in U(x) \end{aligned} \quad (14)$$

∇ گرادیان و $H(x)$ ماتریس هسیان است. برای WCO مبتنی بر گرادیان مرتبه اول (GWCO)، ترم‌های مرتبه بالاتر نادیده گرفته می‌شود و با کمک نابرابری کوشی-شوارتز، مقادیر تابع هدف در ناحیه اطراف x به صورت رابطه ۱۵ بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} f(\xi) &\approx f(x) + \nabla f(x) \cdot (\xi - x) \leq f(x) + \|\nabla f(x)\| \cdot \|\xi - x\| \\ &\leq f(x) + \|\nabla f(x)\| \cdot \max_{\xi \in U(x)} \|\xi - x\| \quad \forall \xi \in U(x) \end{aligned} \quad (15)$$

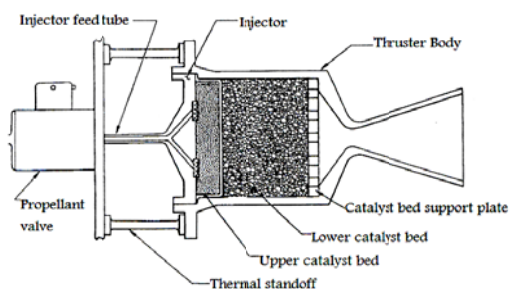
سمت راست نامساوی را می‌توان به عنوان بدترین حالت تابع هدف تلقی کرد. همین تقریب را می‌توان برای قیدها تعریف نمود و مسئله بدترین حالت اولیه را به یک تقریب توسط اطلاعات گرادیان تبدیل کرد [۳].

$$\begin{aligned} \min_{x \in S} f_w(x) \\ \text{s.t. } g_w(x) \leq 0 \\ f_w(x) = f(x) + \|\nabla f(x)\| \cdot \max_{\xi \in U(x)} \|\xi - x\| \\ g_w(x) = g(x) + \|\nabla g(x)\| \cdot \max_{\xi \in U(x)} \|\xi - x\| \end{aligned} \quad (16)$$

بعد از بیان سه روش طراحی بهینه بدترین حالت در ادامه به چارچوب کلی طراحی برای پیاده سازی عدم قطعیت شناختی با جداسازی متغیر و پارامترهای طراحی پرداخته می‌شود. افزودن عدم قطعیت‌های شناختی در چارچوب‌های بهینه‌سازی تحت عدم قطعیت یک سطح دیگری از پیچیدگی را به رویکرد طراحی اضافه می‌کند. هر یک از متغیرهای طراحی d و یا متغیرهای ورودی z ممکن است شامل عدم قطعیت‌های شناختی شوند. در برخی از روش‌های طراحی بر اساس فرمولاسیون، پارامترهای طراحی را به عنوان متغیرهای طراحی در نظر می‌گیرند در صورتی که طراح هیچ‌گونه کنترلی بر روی متغیرهای غیرطراحی با عدم قطعیت شناختی z ندارد (مانند مدول یانگ در طراحی تیر). به همین دلیل در پژوهش حاضر یک چارچوب بهینه‌سازی تودرتو پیشنهاد شده است که در آن علاوه بر مدنظر قراردادن عدم قطعیت غیرشناختی یک رویکرد طراحی مبتنی بر جستجوی مقادیر ممکن متغیرهایی با عدم قطعیت شناختی برای یافتن یک پاسخ بهینه ارائه شده است. این چارچوب منجر به یک طراحی محافظه‌کارتر نسبت به حالتی شده است که عدم قطعیت شناختی را مدنظر قرار نداده و یا متغیرهای غیر طراحی را جزو متغیرهای طراحی در نظر گرفته است. مبنای این جداسازی در این روش بر این موضوع استوار است که طراح هیچ‌گونه کنترلی بر این متغیرها ندارد لذا استفاده از تغییرات آنها برای یافتن پاسخ

سامانه‌های انتقال مداری

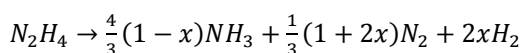
نیتروژن، هلیوم و غیره می‌توان برای فشارگذاری استفاده کرد. نیتروژن نشان داده است که گاز مناسبی برای چنین سامانه‌هایی است، لذا در پژوهش حاضر از این گاز برای فشارگذاری استفاده شده است [۲۸]. تانک ذخیره پیشران به‌طور کلی شامل وزن خود پیشران و دیگری سازه ذخیره‌سازی است. تانک ذخیره‌سازی نیز می‌تواند اشکال گوناگون و همچنین سازه‌های مختلفی همچون کامپوزیت کربن، فولاد، تیتانیوم آلیاژ آلومینیوم و غیره داشته باشد. شیرهای پیشران در زیر تانک‌های ذخیره پیشران قرار دارند و جریان پیشران به محفظه ترستر را کنترل می‌کند. پس از عبور از این شیرها، پیشران وارد محفظه ترستر می‌گردد. به‌طور کلی محفظه ترستر را می‌توان به چند بخش عمده تقسیم کرد. در پژوهش حاضر بخش‌های محفظه احتراق، بستر کاتالیزور و یک نازل همگرا واگرا به‌عنوان بخش‌های اصلی در نظر گرفته شده است. در شکل ۵ می‌توان شمای کلی یک ترستر تک مؤلفه‌ای را مشاهده کرد.



شکل ۵- شمای کلی یک ترستر تک مؤلفه‌ای [۲۹]

کاتالیست

در سامانه‌های پیشرانش تک مؤلفه‌ای، کاتالیست‌ها پیکرهای متفاوتی دارند. از جمله می‌توان صفحه‌ای بستر پک شده، مونولیتی و گرانولی را نام برد که نوع گرانولی از پرکاربردترین نوع کاتالیست‌ها برای هیدرازین است [۳۰]. کمپانی شیل (۱۹۶۳) اولین کاتالیزور تجزیه هیدرازین خودبه‌خودی را معرفی کرد. شیل ۴۰۵، یکی از موفق‌ترین کاتالیزور تجزیه هیدرازین تا به امروز است [۳۱]. بسته‌های کاتالیزوری طوری طراحی شده‌اند که قبل از ورود به بخش نازل، به‌طور کامل پیشران تک مؤلفه‌ای هیدرازین به بخار فوق گرم و نیتروژن تجزیه می‌شود. دو واکنش تجزیه هیدرازین را می‌توان به‌صورت یک واکنش مانند زیر نوشت:



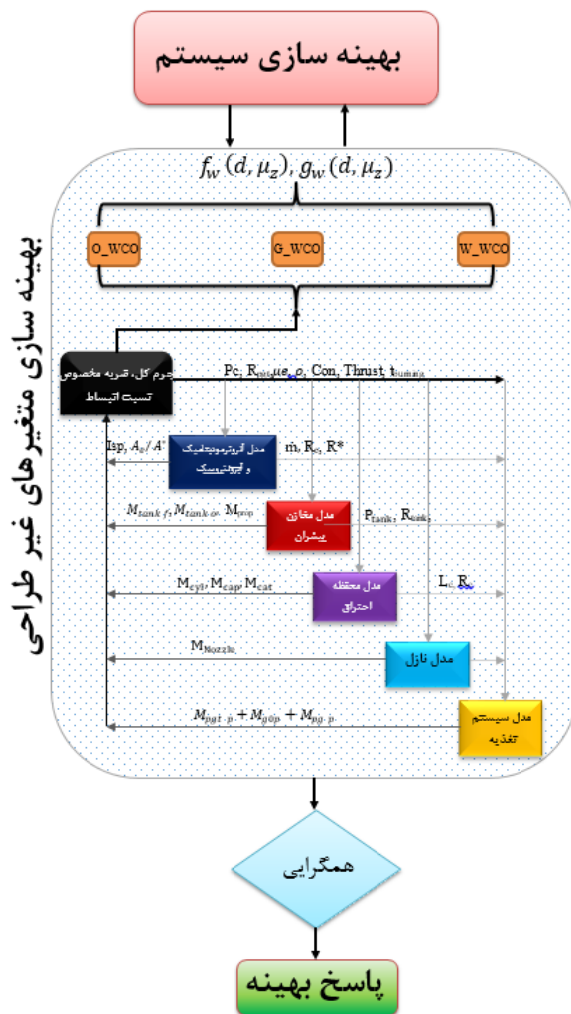
x نسبت تجزیه آمونیاک است [۳۲]. در سال ۱۹۶۸ کستن در مرجع [۳۳] روابط تجربی ۲۱ و ۲۲ را پیشنهاد کرد. این روابط قادر به پیش‌بینی تجزیه آمونیاک و دمای محفظه به‌صورت تابعی از متغیرهای ثابت است:

هدف پژوهش حاضر پیاده‌سازی روش‌های بیان شده تحت عدم قطعیت برای طراحی سامانه پیشرانش تک مؤلفه‌ای هیدرازین یک سامانه انتقال مداری است. سامانه‌های انتقال مداری یا شامل طبقات فوقانی ماهواره‌برها وظیفه‌ی انتقال ماهواره‌ها در فاز نهایی را دارند و یا خود جزو بار محموله مانند برخی فضاییماها به عنوان هدف مأموریت ماهواره‌بر می‌باشند. محدوده عملکرد این سامانه‌ها در خارج از جو و در فاصله مدار پارکینگ به بالا است [۲۰، ۲۱]. سامانه‌های انتقال مداری مانند سایر سامانه‌های انتقال فضایی شامل بخش‌هایی همچون: پیشران، سازه، اویونیک، کنترل و تعیین وضعیت و سایر سامانه‌های دیگر مانند سامانه‌های کنترل دما می‌باشد [۲۲]. یکی از مهم‌ترین بخش‌های آن بخش کنترل وضعیت است. روش‌های متعددی برای کنترل وضعیت این سامانه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. یکی از مرسوم‌ترین این روش‌ها کمک گرفتن از یک سامانه پیشرانش است. از سامانه‌های مختلف کنترل وضعیت، سامانه‌های عکس‌العملی (RCS)^{۱۷} ثابت کرده‌اند که دارای بیشترین تنوع بوده و طیف گسترده‌ای از گشتاور تا سطوح بالا را شامل می‌شوند. از آن‌ها به‌طور گسترده در فضاییماهای سرنشین دار و بدون سرنشین و همچنین طبقه فوقانی در وسایل نقلیه بزرگ استفاده شده است [۲۳، ۲۴]. بلوک‌های انتقال مداری متعددی از سامانه پیشرانش تک مؤلفه‌ای برای کنترل وضعیت خود بهره می‌برند که از جمله می‌توان به Centaur، Fregat، AVUM و Flagman اشاره کرد [۲۵].

پیشران‌های تک مؤلفه‌ای مایع

سامانه‌های پیشرانش تک مؤلفه‌ای به‌طور گسترده به‌ویژه برای کنترل وضعیت کم‌هزینه و یا اصلاح مدار (حفظ مدار) استفاده می‌شود. می‌توان به هیدرازین (N_2H_4) و هیدروژن پر اکسید (آب اکسیژنه (H_2O_2)) به عنوان دو پیشران معمول مورد استفاده در این سامانه‌ها اشاره کرد [۲۶]. عملکرد پیشرانگی راکت تک مؤلفه‌ای پروکسید هیدروژن حدود ۲۰ درصد کمتر از هیدرازین است و این خود یکی از عوامل استفاده گسترده از هیدرازین است، ولی متأسفانه دارای عیب بزرگ سمی بودن نیز است. برای سامانه‌های پیشرانش مایع تک مؤلفه‌ای می‌توان به دلیل سادگی و قابلیت اطمینان، از مخازن تحت فشار گاز بی‌اثر به‌عنوان سامانه تغذیه استفاده کرد [۲۷]. این مخازن فشارگذاری تضمین می‌کند که تانک حاوی پیشران فشار مطلوب موردنظر را حفظ کند. از گازهای مختلفی از جمله

محفظه تراستر، زیرسامانه‌های مخازن سوخت و زیرسامانه‌های تغذیه تحت فشار تقسیم شده است. سامانه تغذیه همان‌طور که قبلاً اشاره شد مخزن تحت فشار با گاز نیتروژن در نظر گرفته شده و مخازن سوخت و فشارگذاری همه کروی فرض می‌شوند. برای طراحی بهینه سامانه پیشران، ابتدا در روابط محاسباتی جرم اجزای مختلف را به دست آورده و سپس با در نظر گرفتن متغیرهای طراحی، بهینه‌سازی مناسب انجام می‌شود. پارامترهای عملیاتی مهم و مؤثر بر وزن سامانه‌های پیشران سوخت مایع شامل فشار محفظه، فشار مخازن ذخیره‌سازی گاز برای فشار گذاری، نسبت اختلاط اکسیدکننده به سوخت و نسبت انبساط نازل را می‌توان نام برد [۲۳]. برای مطالعه چگونگی معادلات و مدل‌سازی زیرسامانه‌های مختلف یک سامانه پیشرانش تک‌مؤلفه‌ای به مرجع [۵] ارجاع داده می‌شود. در شکل ۶ نیز می‌توان چارچوب کلی پیشنهاد شده طراحی مبتنی بر بهینه‌سازی بدترین حالت را برای یک سامانه پیشرانش تک مؤلفه‌ای مشاهده کرد.



شکل ۶- الگوریتم طراحی بهینه بدترین حالت سیستم پیشرانش هیدرازین

$$1 - x = \left[0.66 * 0.4599 \left(\frac{L_F}{L_{cat}} \right)^{0.28} \right] \left\{ \left[\left(0.55 \left(\frac{a}{0.3048} \right)^{0.17} - 0.17 \right) \left(\frac{68.9476}{P_c} \right)^{0.22} \right] + 0.017 \right\} \quad (21)$$

$$T_c = \frac{\left[\left[1020(1-x) + 0.075 \left(\frac{P_c}{68.9476} \right) \right] + 1535 \right]}{1.8} \quad (22)$$

x نسبت تجزیه آمونیاک، P_c فشار محفظه L_F (bar)، L_{cat} طول بستر کاتالیستی (m)، T_c دمای گاز (K) و a شعاع ذرات (m) است. روابط ارائه شده برای فشارهای بین ۶۸/۹۴۷۶ تا ۰/۶۸۹۴۷۶ بار، شعاع ذرات بین ۰/۳۰۵ تا ۳/۰۵ میلی‌متر و ضریب بار بستر بین ۷/۰۳۰۷ تا ۷۰/۳۰۷ $\left(\frac{Kg}{m^2s} \right)$ دارای پاسخ مناسبی است [۳۳]. جدول ۱ رابطه بین دما، جرم مولکولی و درصد تجزیه آمونیاک را در دو روش کستن و آدیاباتیک نشان می‌دهد [۳۴]. از معادلات و روابط مذکور در ادامه برای طراحی سامانه پیشرانش تک مؤلفه‌ای هیدرازین استفاده می‌شود.

جدول ۱- خواص شیمیایی- فیزیکی هیدرازین

x	دمای کستن (K)	دمای آدیاباتیک (K)	
۰٪	۱۴۲۰	۱۶۵۹	۱/۱۶۹
۲۰٪	۱۳۰۶	۱۵۰۱	۱/۲۰۳
۴۰٪	۱۱۹۳	۱۳۴۲	۱/۲۴۰
۶۰٪	۱۰۸۰	۱۱۸۳	۱/۲۷۸
۸۰٪	۹۶۶/۲	۱۰۲۳	۱/۳۱۸
۱۰۰٪	۸۵۲/۸	۸۶۳/۱	۱/۳۶۱

مبانی طراحی سامانه

اهداف مختلفی را می‌توان برای به دست آوردن پاسخ بهینه در نظر گرفت. در پژوهش حاضر حداقل وزن کل سامانه پیشرانش به عنوان هدف در نظر گرفته شده است. پس از انتخاب نوع پیشران و سامانه تغذیه، تجزیه و تحلیل و طراحی پارامتریک سایر بخش‌های موتور با استفاده از همه متغیرهای طراحی با شرط حداقل وزن و ارضای نیازهای مأموریت و دیگر ملاحظات مهم صورت می‌گیرد [۲۳]. تجزیه شیمیایی، آیرودینامیک، قوانین و فرمول‌های سازه نیازمند شرایط بهینه مختلفی مانند فشار مخزن، طول و قطر بستر کاتالیست، فشار بستر کاتالیست و هندسه نازل است [۳۱]. سامانه پیشرانش تک مؤلفه‌ای در این تحقیق به سه زیرسامانه کلی

طراحی	MR-107s	
Tburn(s)	۳۰	۳۰
Pc(bar)	۴-۱۴	۹/۴۷۰۲۱
$\dot{m}$ (gr/s)	۳۶/۳-۱۵۴/۷	۴۱/۷۵
Mass(Kg)	۰/۶۷	۰/۶۲
Dc(cm)	۵/۲۸	۴/۹۲
Isp(s)	۲۲۵-۲۳۶	۲۱۷

در مقادیر ارائه شده به ترتیب دو مقدار De و Dc برابر با قطر خروجی نازل و قطر محفظه احتراق می‌باشد. همانگونه که از نتایج نیز قابل مشاهده است با دقت تقریباً مناسبی روش طراحی توانسته به نتایج مشابهی دست پیدا کند.

برای بیان عدم قطعیت متغیر و پارامترهای طراحی می‌توان به نمونه‌های موجود ساخته‌شده با کاتالیزورهای مشابه در شرکت‌های Aerojet، Moog و Airbus مراجعه کرد که به صورت مختصر در جدول ۳ آمده است. می‌توان مقادیر هر یک از متغیرهای ورودی را به صورت نمونه واقعی استخراج کرد که این مقادیر در تعیین کران‌های طراحی برای متغیرها مورد نیاز هستند [۳۷-۳۵].

برای تعیین مقدار انحراف استاندارد تراست با توجه به مرجع [۳۸] مقدار ۳/۶ درصد در نظر گرفته می‌شود. همچنین برای سامانه پیشرانشی با ویژگی مشابه دو کران ۳۸۰ تا ۴۲۰ نیوتن برای تراست و زمان سوزشی بین ۲۰ تا ۶۰ ثانیه با انحراف استاندارد ۰/۰۵ درصد مفروض شده است.

جدول ۳- داده‌های نمونه واقعی [۳۴]

شرکت	مدل	نسبت انقباض	فشار محفظه (bar)	ضربه مخصوص (s)
Aerojet	MR-103D	۱۰۰	۵/۹-۲۳/۴	۲۲۴-۲۲۹
	MR-103G	۱۰۰	۴/۵-۲۳/۸	-
	MR-103M	۱۰۰	۵/۹-۲۰/۷	۲۰۶-۲۲۱
	MR-111C	۷۴	۳/۴-۱۲/۱	۲۱۵-۲۲۹
	MR-111E	۲۰۰	۳/۱-۱۴/۱	۲۱۳-۲۲۴
	MR-106L	۶۰	۴/۱-۱۳/۴	۲۲۹-۲۳۵
	MR-107S	۲۱۵	۴-۱۴	۲۲۵-۲۳۶
	MR-107T	۲۱۵	۱/۸-۴/۷	۲۲۲-۲۲۸
	MR-107V	۲۱۵	۲/۶-۸/۴	۲۲۳-۲۲۹
	MR-104A/C	۵۳	۳/۹-۱۰/۷	۲۲۳-۲۳۹
	MR-80B	-	۰/۱۴-۲۰/۴	۲۰۰-۲۲۵
	MR-103D	۱۰۰	۵/۹-۲۳/۴	۲۰۹-۲۲۴

جرم کل سامانه که شامل تمامی زیرسامانه‌های سامانه پیشران تک‌مؤلفه‌ای مورد طراحی است به صورت رابطه ۲۳ محاسبه می‌شود:

$$M_{total} = (M_{tank_f} + M_{pgt_f} + M_{g0_f} + M_f + M_{cyl}) + (M_{cap} + M_{nozzle} + M_{ctl} + M_{pg}) \quad (23)$$

رابطه شامل وزن‌های مختلف زیرسامانه‌ها به ترتیب وزن تانک پیشران M_{tank_f} ، وزن تانک گاز تحت فشار M_{pgt_f} ، وزن گاز مرده روی پیشران M_{g0_f} ، وزن پیشران M_f ، وزن بخش سیلندری تراستر M_{cyl} ، وزن درپوش تراستر M_{cap} ، وزن نازل M_{nozzle} ، وزن کاتالیزگر M_{ctl} ، وزن گاز فشارنده M_{pg} می‌باشد. همچنین می‌توان ضریب تأثیر برای جرم اتصالات و سایر تجهیزات به عنوان ضریب تصحیح در نظر گرفت. در جدول ۲ می‌توان به عنوان صحه‌گذاری روش طراحی سامانه مقادیر خروجی را با مقادیر در دسترس نمونه‌های MR-80B و MR-107s مقایسه کرد. مدل MR-80B دارای تراست (N) ۳۱۰۰ و زمان سوزش (s) ۳۳۴ و مدل MR-107s دارای تراست (N) ۲۸۵ و زمان سوزش (s) ۳۰ هستند به همین دلیل نمونه طراحی نیز با همین مقادیر اجرا شده است.

جدول ۲- مقایسه پارامترهای تراستر طراحی شده با دو نمونه

طراحی	MR-80B	
Pic		-
Thrust(N)	۳۱۰۰	۳۱۰۰
Tburn(s)	۳۳۴	۳۳۴
Pc(bar)	۰/۱۴-۲۰/۴۰	۷/۹۰۱۵
Engine Length(cm)	۴۱/۰۵	L _{nozzle} ۲۴/۹۷ L _{chamber} ۱۶/۷۸ ۴۱/۷۵
Mass(Kg)	۶/۹۲	۷/۰۸
De(cm)	۱۵/۴۴	۱۵/۹۲
Isp(s)	۲۰۰-۲۲۵	۲۱۵

طراحی	MR-107s	
Pic		-
Thrust(N)	۲۸۵	۲۸۵

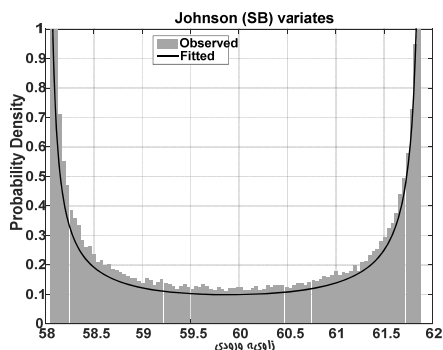
۱۵/۶۳	۱۵/۶۱	۱۶/۰۲
۱۵/۶۹	۱۴/۶۵	۱۴/۷۸
۱۴/۴۷	۱۵/۴۶	۱۵/۲۷
۱۵/۰۸	۱۵/۴۱	۱۴/۵۵
۱۴/۹۹	۱۴/۴۳	-
زاویه خروج -۰/۱		
۱۴/۷۸	۱۵/۱۹	۱۴/۱۴
۱۴/۶۶	۱۵/۳۲	۱۴/۹۰
۱۵/۴۳	۱۵/۴۱	۱۵/۸۲
۱۵/۴۹	۱۴/۴۵	۱۴/۵۸
۱۴/۲۷	۱۵/۲۶	۱۵/۰۷
۱۴/۸۸	۱۵/۲۱	۱۴/۳۵
۱۴/۷۹	۱۴/۲۳	-

برای تعیین عدم قطعیت این مقادیر از روش حداکثر درست‌نمایی اشاره شده در بخش‌های قبلی و برای تعیین توزیع، از توزیع جانسون محدود استفاده شده است. بعد از تخمین پارامترهای توزیع جانسون مقادیر مقدار میانگین و انحراف استاندارد برای هر یک به‌صورت زیر محاسبه شده است.

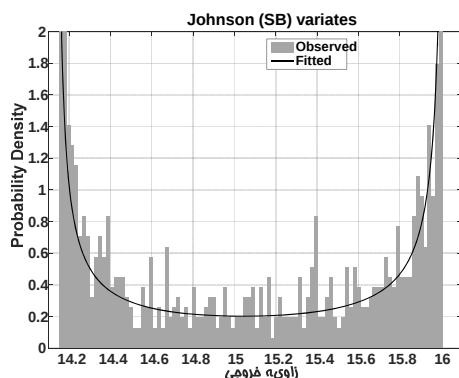
$$[\mu_{deg_in}, \sigma_{deg_in}] = [60.1689, 1.5509]$$

$$[\mu_{deg_out}, \sigma_{deg_out}] = [15.1921, 0.7524]$$

می‌توان توزیع جانسون منطبق به این مقادیر را در نمودارهای ۸ و ۹ مشاهده کرد:



شکل ۸- نمودار چگالی احتمال برای زاویه ورود نازل با توزیع جانسون



شکل ۹- نمودار چگالی احتمال برای زاویه خروجی نازل با توزیع جانسون

شرکت	مدل	نسبت انبساط	فشار محفظه (bar)	ضربه مخصوص (s)
Moog	MONARC-1	۵۷	-	۲۲۷/۵
	MONARC-5	۱۳۵	-	۲۲۶/۱
	MONARC-22-6	۶۰	-	۲۲۹/۵
	MONARC-22-12	۴۰	-	۲۲۸/۱
	MONARC-90LT	۴۰	-	۲۳۲/۱
	MONARC-90HT	۵۰	-	۲۳۴
	MONARC-445	۵۰	-	۲۳۴
	1Nmono	۸۰	۵/۵-۲۲	۲۲۰
Airbus	20Nmono	۶۰	-	۲۲۲-۲۳۰
	10Nmono	۵۰	-	۲۱۵-۲۲۸
	400Nmono	۳۰	-	-

با توجه به مرجع [۳۹] و خطا در محاسبه برای فشار محفظه احتراق انحراف استاندارد ۵ درصد مفروض شده است. برای تعیین عدم قطعیت زاویه‌های ورودی و خروجی نازل در مرجع [۴۰] برای زاویه ورودی بازه [۲۰ ۵۰] درجه و برای زاویه خروجی بازه [۱۲ ۱۸] درجه اشاره شده است و مقدار بهینه‌ی این زوایا را به ترتیب برای ورودی و خروجی مقادیر ۶۰ و ۱۵ درجه بیان شده است [۴۱]. در این تحقیق برای نمایش این مقادیر به‌صورت عدم قطعیت فرض بر این شده که در ۲۰ نمونه موجود با همان زوایا با توجه به خطا در ساخت و دقت دستگاه اندازه‌گیری به‌اندازه ۰/۱ درجه، ۲۰ بازه به‌صورت زیر حاصل شده است [۵].

زاویه ورود +۰/۱		
۵۸/۴۹	۵۹/۶۷	۶۰/۷۲
۶۱/۳۹	۶۰/۷۲	۵۸/۲۴
۶۰/۸۸	۵۸/۷۸	۶۱/۵۰
۵۹/۳۷	۶۰/۹۲	۶۱/۸۴
۶۱/۹	۵۸/۲۳	۶۰/۸۱
۵۸/۲۴	۵۹/۲۱	۶۱/۱۳
-	۵۸/۲۸	۶۱/۰۷
زاویه ورود -۰/۱		
۵۸/۲۹	۵۹/۴۷	۶۰/۵۲
۶۱/۱۹	۶۰/۵۲	۵۸/۰۴
۶۰/۶۸	۵۸/۵۸	۶۱/۳۰
۵۹/۱۷	۶۰/۷۲	۶۱/۶۴
۶۱/۷۰	۵۸/۰۳	۶۰/۶۱
۵۸/۰۴	۵۹/۰۱	۶۰/۹۳
-	۵۸/۰۸	۶۰/۸۷
زاویه خروج +۰/۱		
۱۴/۳۴	۱۵/۳۹	۱۴/۹۸
۱۵/۱۰	۱۵/۵۲	۱۴/۸۶

اینکه برای نمونه مشابه مقادیری برای تعیین کران طراحی به دست نیامد ابتدا با توجه به مقادیر جدول ۳ برای نسبت انبساط نازل حداکثر و حداقل کران محاسبه می‌شود.

$$A_e/A^* = [30, 200]$$

همچنین با توجه به جدول ۱ بر اساس حداکثر و حداقل غلظت هیدرازین مورد نظر با میانبایی برای نسبت گرمای ویژه، دو کران به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\gamma = [1.2765, 1.2807]$$

با استخراج حداکثر و حداقل γ ، حداقل و حداکثر نسبت انبساط نازل و به کمک رابطه‌ی نسبت انبساط به صورت رابطه ۲۴ می‌توان برای ماخ خروجی کران‌ها را تخمین زد. با توجه به غیرخطی بودن رابطه مقادیر با روش‌های عددی محاسبه می‌شود.

$$\left(\frac{A_e}{A^*}\right)^2 = \frac{1}{Me^2} \left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Me^2 \right) \right]^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \quad (24)$$

همچنین می‌توان با روش‌های بهینه‌سازی نیز حداکثر حداقل ماخ خروجی را محاسبه کرد. نتایج حاصل با الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات در نرم‌افزار متلب در حالت پیش‌فرض این نرم‌افزار به شرح زیر حاصل می‌شود.

$$M_e = [4.4513, 6.3261]$$

برای تعیین عدم قطعیت در شعاع مخازن تحت فشار از داده‌های شرکت ATK به صورت نمونه‌های موجود استفاده شده است. حداکثر شعاع مقدار ۶۱۵ میلی‌متر (مربوط به مدل ۸۰۲۱۸-۱) و حداقل مقدار مفروض ۱۰ میلی‌متر در نظر گرفته می‌شود. انحراف استاندارد این مخازن مطابق با نقشه ارائه شده نمونه مخزن تحت فشار ۸۰۲۱۸ طبقه فوقانی Centaur ماهواره‌بر Atlas مقدار آن ۰/۰۴ سانتی‌متر مفروض شده است [۴۲]:

$$R_{pgt} = [10, 615]$$

در نهایت چهارچوب بهینه‌سازی کلی این طراحی به صورت رابطه ۲۵ بیان می‌شود:

$$d^* = \operatorname{argmin}_d (\max_{\mu_z} (Mass_w(d, \mu_z)))$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & Isp_{\min} \leq E(Isp_w(d, \mu_z)) \leq Isp_{\max} \\ & Exp_{\min} \leq E(Exp_w(d, \mu_z)) \leq Exp_{\max} \\ & Pc_{\min} \leq Pc_i \leq Pc_{\max} \\ & Rpgt_{\min} \leq Rpgt \leq Rpgt_{\max} \\ & Con_{\min} \leq Con \leq Con_{\max} \\ & \rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max} \\ & Me_{\min} \leq Me \leq Me_{\max} \\ & Thrust_{\min} \leq Thrust \leq Thrust_{\max} \\ & t_{burn_{\min}} \leq t_{burn} \leq t_{burn_{\max}} \\ & d_x - k\sigma_x \leq \xi_x \leq d_x + k\sigma_x \\ & \rightarrow x = \{Pc, Rpgt, Me\}, \\ & z = \{Con, \rho, Thrust, t_{burn}, Deg_{in}, Deg_{out}\} \end{aligned} \quad (25)$$

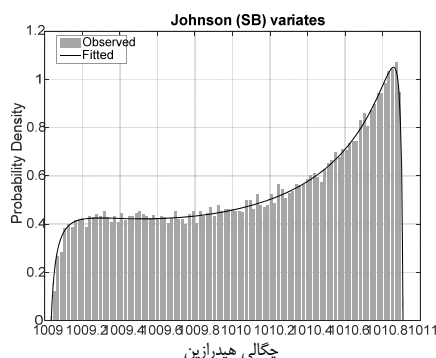
در چهارچوب بیان‌شده متغیرهای تراست، زمان سوزش، چگالی پيشران، غلظت پيشران، زاویه ورود و خروج نازل به عنوان

طراحی بهینه بدترین حالت سامانه پيشرانش هیدرازین برای یک سامانه انتقال مداری تحت عدم قطعیت مبتنی بر ...

برای تعیین عدم قطعیت‌های چگالی پيشران، فرض بر این شده است که با انجام ۲۰ آزمایش بر روی ۲۰ نمونه مقادیر چگالی به صورت نقاط گسسته با مقادیر زیر داده شده‌اند. مقدار چگالی براساس استاندارد MIL-PRF-26536E است.

چگالی پيشران		
۱۰۰۹/۴۶	۱۰۱۰/۰۶	۱۰۱۰/۱۳
۱۰۱۰/۸۵	۱۰۱۰/۹۱	۱۰۱۰/۳۷
۱۰۱۰/۱۳	۱۰۱۰/۸۲	۱۰۰۹/۹۷
۱۰۰۹/۹۶	۱۰۱۰/۶۰	۱۰۱۰/۰۹
۱۰۰۹/۶۳	۱۰۰۹/۰۳	۱۰۰۹/۲۱
۱۰۱۰/۷۴	۱۰۰۹/۷۳	۱۰۱۰/۵۶
۱۰۰۹/۱۰	۱۰۱۰/۸۶	-

می‌توان توزیع جانسون منطبق به این مقادیر را در نمودار در شکل ۱۰ مشاهده کرد:



شکل ۱۰ - نمودار چگالی احتمال برای چگالی با توزیع جانسون

در اینجا نیز به کمک روش حداکثر درست‌نمایی اشاره شده و توزیع جانسون مقدار میانگین و انحراف استاندارد خروجی محاسبات به صورت زیر بیان می‌شود:

$$[\mu_{\text{Prop}}, \sigma_{\text{Prop}}] = [1010.12, 0.55]$$

برای تعیین عدم قطعیت ضربه مخصوص مقادیر از جدول ۳ استخراج می‌شود. از این مقادیر برای تعیین کران بازه‌های Isp استفاده می‌شود فقط با توجه به تلفات محفظه احتراق بین ۴ تا ۵ درصد مقادیر کران‌ها تغییر می‌یابد. با توجه به اینکه Isp به صورت تابع قید وارد مسئله می‌گردد باید در طول مسئله مقدار انحراف استاندارد آن با توجه به یکی از روش‌های انتشار عدم قطعیت محاسبه شود تا در نهایت مقدار محاسبه‌شده در بازه‌ی موردنظر طراحی قرار گیرد. به همین ترتیب اشاره شده برای نسبت انبساط نازل انجام می‌شود. برای غلظت هیدرازین یک مقدار به صورت تک بازه [۵۹/۴ ۶۱/۴] درصد با انحراف استاندارد ۰/۱ درصد فرض می‌گردد. برای تعیین عدم قطعیت ماخ خروجی (M_e) با توجه به

از بهینه‌سازی ازدحام ذرات و برای بهینه‌سازی بدترین حالت از دستور fmincon در حالت پیش فرض استفاده شده است.

جدول ۵- مقادیر حاصل به ازای روش‌های مختلف

	O_WCO	W_WCO	G_WCO	Classic
Mass	۲۱/۱۲۲۵	۲۱/۱۲۲۵	۲۱/۱۲۳۰	۱۹/۵۸۰۰
Mass _w	۲۱/۱۹۴۳	۲۱/۱۹۵۸	۲۱/۲۳۰۰	-
Isp	۲۳۹/۵۲۴	۲۳۹/۵۲۴	۲۳۹/۵۲۷۶	۲۴۱/۱۸۸
Isp _{w1}	-۱۰/۱۹۶۳	-۱۰/۱۹۶۲	-۹/۶۳۷۰	-
Isp _{w2}	-۲۷/۹۷۸۱	-۲۷/۹۷۸۰	-۳۰/۲۵۱۲	-
A_e/A^*	۱۵۹/۹۱۴۲	۱۵۹/۹۱۴۳	۱۵۹/۷۰۳۲	۲۰۰
$(A_e/A^*)_{w1}$	-۱۰/۰۰۰۲	-۱۰/۰۰۰۳	-۲/۷۲۹۲	-
$(A_e/A^*)_{w2}$	-۱۰/۴۰۰۷	-۱۰/۴۰۰۸	-۱۵۷/۵۵	-
evaluations	۴۲۸۷۱۹	۳۶۸۹۴	۲۶۲۷۸	۳۵۴۰

جدول ۶- مقادیر حاصل از طراحی

مقادیر	جرم کل (Kg)	Isp(s)	p_c (bar)	R_{pgt} (m)
O_WCO	۲۱/۱۲۲۵	۲۳۹/۵۲۴	۴/۶۰۱۶	۰/۰۹۶۹
W_WCO	۲۱/۱۲۲۵	۲۳۹/۵۲۴	۴/۶۰۶۲	۰/۰۹۶۷
G_WCO	۲۱/۱۲۳۰	۲۳۹/۵۲۸	۴/۵۹۳۹	۰/۰۹۶۷

M_e	تراست (N)	نسبت انبساط	t_b (s)
۶/۰۸۸۶	۴۲۰	۱۵۹/۹۱۴۲	۶۰
۶/۰۸۸۶	۴۲۰	۱۵۹/۹۱۴۳	۶۰
۶/۰۸۷۲	۴۲۰	۱۵۹/۷۰۳۲	۶۰

غلظت هیدرازین %	دبی $(\frac{Kg}{s})$	جرم موتور (Kg)	T_c (K)	
۶۱/۴	۰/۱۷۸۷	۱/۱۲۵۷	۱۰۷۱/۵	۱/۲۸۰۷
۶۱/۴	۰/۱۷۸۷	۱/۱۲۵۴	۱۰۷۱/۵	۱/۲۸۰۷
۶۱/۴	۰/۱۷۸۷	۱/۱۲۶۰	۱۰۷۱/۵	۱/۲۸۰۷

چگالی پیشران	جرم کاتالیست	زاویه خروجی نازل (deg)	زاویه ورودی نازل (deg)
۱۰۰۹	۰/۶۸۸۷	۱۴	۵۸
۱۰۰۹	۰/۶۸۸۶	۱۴	۵۸
۱۰۰۹	۰/۶۸۹۰	۱۴	۵۸

M_{prop}	Re(m)	R^* (m)	L_{engine} (m)
۱۰/۷۲۴۲	۰/۱۵۷۴	۰/۰۱۲۴	۰/۸۰۵۸
۱۱/۷۲۴۲	۰/۱۵۷۳	۰/۰۱۲۴	۰/۸۰۵۵
۱۰/۷۲۴۵	۰/۱۵۷۴	۰/۰۱۲۵	۰/۸۰۶۰

پارامترهای طراحی و فشار محفظه احتراق، شعاع مخزن تحت فشار و ماخ خروجی به عنوان متغیر طراحی مفروض می‌شود. همان گونه که مشخص است در این چارچوب دو قید نسبت انبساط نازل و ضربه مخصوص به مسئله افزوده شده است. برای سایر پارامترهای مهم در طراحی نیز می‌توان به دلخواه قید به مسئله افزود، این قیدها در دست طراح است و به هر میزان می‌تواند به مسئله قید اضافه نماید. با این کار تنها مسئله و پیدا کردن نقاط در ناحیه امکان پذیری محدودتر می‌شود. در جدول ۴ می‌توان به طور خلاصه مقادیر عدم قطعیت و بازه‌های متغیرهای طراحی، پارامترهای طراحی و قیدها را که با روش حداکثر درست‌نمایی توزیع جانسون مذکور محاسبه شده مشاهده کرد.

جدول ۴- مقادیر پارامتر (Z)، متغیرهای طراحی (d) و قیدها (C)

نوع متغیر	انحراف	داده موجود	بازه	متغیر	نوع
Z	۳/۶٪	۳/۶٪	[۳۸۰، ۴۲۰]	Thrust	غیر شناختی
	۰/۰۵٪	۰/۰۵٪	[۲۰، ۶۰]	t _{burn}	غیر شناختی
	۰/۵۵	داده تنک	[۱۰۰۹، ۱۰۱۱]		شناختی
	۰/۱٪	۰/۱٪	[۵۹/۲۶۱/۴]		غیر شناختی
	۱/۵۵۰۹	چند بازه	[۵۸، ۶۲]	Deg _{in}	شناختی
	۰/۷۵۲۴	چند بازه	[۱۴، ۱۶۵]	Deg _{out}	شناختی
d	۵٪	۵٪	[۰/۱۴ ۲۳/۸]		غیر شناختی
	۰/۰۴٪	۰/۰۴٪	[۱۰، ۶۱۵]	R _{pgt}	غیر شناختی
	۳٪	۳٪	[۴/۴۵ ۶/۳۲]		غیر شناختی
C	محاسبه در اجرا	-	[۲۱۰، ۲۵۲]	Isp	-
	محاسبه در اجرا	-	[۳۰، ۲۰۰]	Exp	-

نتایج و نتیجه گیری

به طور کلی روش‌های WCO با توجه به اینکه تقریباً یک مسئله بهینه‌سازی هستند و نیاز به محاسبه واریانس توابع هدف و قیدها نیست نسبت به سایر روش‌های طراحی تحت عدم قطعیت مانند RBDO سرعت بالاتری دارند. به منظور مقایسه سه روش بیان شده WCO در طراحی یک سامانه پیشران عکس‌العملی هیدرازین مبتنی بر حداکثر درست‌نمایی با توزیع جانسون تحت عدم قطعیت جدول ۵ آورده شده است. برای کلیه روش‌ها سطح قابلیت اطمینان k عدد ۱ فرض شده است. سه روش بیان شده با یک بهینه‌سازی سنتی بدون عدم قطعیت مقایسه شده است در حالتی که تراست ۴۰۰ نیوتن و زمان سوزش مقدار ۶۰ ثانیه مفروض شدند. مقادیر حاصل در نرم افزار متلب اجرا شده و به ترتیب برای روش کلاسیک

حداکثر درست‌نمایی برای تعیین عدم قطعیت داده‌های بازه‌ای و تنک در مجموعه خانواده توزیع‌های جانسون استفاده شده است. همانگونه که در نتایج جدول نیز قابل مشاهده است روش WWCO توانسته است علاوه بر افزایش سرعت پاسخ‌هایی نظیر روش OWCO را حاصل کند. مقادیر تفاوت دو روش در ارقام بالاتر اعشار است. این در حالی است که روش GWCO با مد نظر قرار دادن تقریب سری تیلور و نامساوی کوشی - شوارتز برای دامنه تغییرات عدم قطعیت مقادیر متفاوتی نسبت به دو روش دیگر حاصل نموده است.

مراجع

- [1] W. Yao and et al. "Review of uncertainty-based multidisciplinary design optimization methods for aerospace vehicles." *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 47, No. 6, pp. 450-479, 2011.
- [2] S. Xiao, Y. Li, M. Rotaru, J. Sykalski, "Considerations of uncertainty in robust optimisation of electromagnetic devices." *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 46, no. 2, pp. 427-436, 2014.
- [3] Ren, Ziyang, Minh-Trien Pham, and Chang Seop Koh. "Robust global optimization of electromagnetic devices with uncertain design parameters: comparison of the worst case optimization methods and multiobjective optimization approach using gradient index." *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 49, no. 2, pp. 851-859, 2013.
- [4] G. Steiner, A. Weber and C. Magele. "Managing uncertainties in electromagnetic design problems with robust optimization." *IEEE transactions on magnetics*, vol. 40, no. 2, pp. 1094-1099, 2004.
- [5] M. Fatehi, "Robust Design Optimization of An Upperstage Launch Vehicle", MSc thesis, 2015, (in persian).
- [6] W. L. Oberkampf, J.C. Helton, C.A. Joslyn, S.F. Wojtkiewicz, S. Ferson, "Challenge Problems: uncertainty in system response given uncertain parameters," *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 85, pp. 11-19, 2004.
- [7] S. Ferson, C.A. Joslyn, J.C. Helton, W.L. Oberkampf, Summary from the epistemic uncertainty workshop: consensus amid diversity." *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 85, No. 1-3, pp. 355- 369, 2004.
- [8] N.L., Johnson, S. Kotz and N. Balakrishnan, *Continuous Univariate Distributions*, vol. 1, 1994 and vol. 2. John Wiley and Sons. INC. 1995.
- [9] Snedecor, George W. and Cochran, William G., *Statistical Methods*, Iowa State University Press. 1989
- [10] DeBroya, Swain, Roberts, Venkataraman, , Input modeling with the Johnson System of distributions, 1988.
- [11] J. F. Monaco, D.S. Kidman, D. J. Malloy, D. G. Ward, J.F. Gist, "Automated Methods to Calibrate a High-Fidelity Thrust Deck to Aid Aeropropulsion Test and Evaluation." *ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea, and Air. American Society of Mechanical Engineers*, pp. 41-54, 2008.

همان‌گونه که از مقادیر در جدول ۵ مشخص است طراحی معین دارای وزن کمتری است ولی دقیقاً زمانی که عدم قطعیت‌ها در متغیر و پارامترهای طراحی لحاظ شود هر دو قید نقض می‌شود اینجاست که از نظر مفهومی روش WCO به‌وضوح قابل درک می‌شود. به عبارتی این روش نقطه بهینه را با قبول هزینه‌ای در حدود ۱/۶ کیلوگرم به نقطه‌ای منتقل می‌کند که قیدها نقض نشوند (به شکل ۱ ارجاع شود). با مقایسه سه روش، روش WCO اصلی دارای بالاترین دقت و در عین حال نیازمند بیشترین مجموع ارزیابی تابع هدف و قیدها است. این امر ناشی از دو بهینه‌سازی تودرتو برای محاسبه بدترین حالت تابع هدف و جستجوی حداقل مقدار بهینه در ساختار این الگوریتم است. در مقایسه WWCO با روش GWCO دارای دقت بالاتری است. در بین سه روش، روش GWCO دارای بالاترین سرعت و حداقل تعداد ارزیابی است زیرا با حذف بهینه‌سازی داخلی با یک سری تیلور مرتبه اول به مسئله سرعت بخشیده ولی با توجه به ماهیت تقریبی بودن مسلماً از دقت کاسته می‌شود. برای جبران می‌توان از مراتب بالاتر سری تیلور استفاده کرد که طبیعتاً هزینه محاسبه افزایش می‌یابد. هر چند در مثال کنونی دارای دقت قابل قبولی است ولی با افزایش مقادیر عدم قطعیت در متغیرها با توجه به بهره‌گیری این روش از سری تیلور به همان نسبت پاسخ‌ها از مقادیر بهینه دور می‌شوند. روش WWCO تقریباً از سرعت و دقت مناسبی برخوردار است و برای بسیاری از مسائل قابل استفاده است. نقطه ضعف این روش زمانی پدیدار می‌شود که در حلقه درونی برای محاسبه بدترین حالت در بازه $[x_0 - \Delta x_0 + \Delta]$ تغییرات تابع لزوماً صعودی و یا نزولی صرف نباشد. در این حالت نقطه اکسترمم، دیگر در ابتدا و انتهای بازه مذکور رخ نمی‌دهد. دو روش OWCO و WWCO تقریباً دارای پاسخ‌های مشابهی هستند درحالی‌که روش GWCO دارای پاسخ متفاوت‌تری است. در این روش علاوه بر تقریب سری تیلور از نامساوی کوشی شوارتز نیز استفاده شده که باعث بزرگتر شدن دامنه عدم قطعیت نسبت به یک سری تیلور عادی است.

در جدول ۶ می‌توان مقادیر دقیق‌تر هر بخش از زیرسامانه پیشرانش تک‌مؤلفه‌ای با هر یک از روش‌های مذکور را مشاهده کرد. در این جدول بدترین حالت پارامترهای طراحی لحاظ شده دقیقاً در روی مرزهای بیان‌شده قرار گرفته است. برای محاسبه مقادیر عدم قطعیت هر یک از پارامترها و متغیرهای طراحی از روش حداکثر درست‌نمایی توزیع جانسون استفاده شده است. برای نمایش جامعیت روش پیشنهادی از همه نمونه نوع متغیرهای بازه‌ای و یا تنک بهره گرفته شده است. توجه به این نکته ضروری است که در چارچوب پیشنهادی متغیرهای طراحی از پارامترهای طراحی جدا شده و عدم قطعیت شناختی نیز در نظر گرفته می‌شود همچنین از

- [27] David H. Huang and Dieter K. Huzel, *Modern engineering for design of liquid-propellant rocket engines*, Vol. 147. *Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc*, 1992.
- [28] M. Fatehi, M. Nosratollahi, A. Hossein Adami, and S.M. Hadi Taherzadeh. "Designing Space Cold Gas Propulsion System using Three Methods: Genetic Algorithms, Simulated Annealing and Particle Swarm," *International Journal of Computer Applications*, vol. 118, no. 22, pp. 25-32, 2015.
- [29] A. E. Makled, and H. Belal. "Modeling of Hydrazine Decomposition for Monopropellant Thrusters." *13th International Conference on Aerospace Sciences & Aviation Technology*. 2009.
- [30] D. Krejci, A. Woschnak, "Hydrogen peroxide decomposition for micro propulsion: simulation and experimental verification." *47th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*. 2011.
- [31] A. Hossein. Adami, et al. "Multidisciplinary Design Optimization and Analysis of Hydrazine Monopropellant Propulsion System." *International Journal of Aerospace Engineering*, vol. pp. 1-9, 2015.
- [32] Editor(s): W. Ley, K. Wittmann, and W. Hallmann, eds. *Handbook of space technology*. Vol. 22. John Wiley & Sons, 2009.
- [33] Kesten, Arthur S. "Analytical Study of catalytic reactors for hydrazine decomposition." NASA UARL G 910461 1968.
- [34] A. Hossein Adami, Multidisciplinary design optimization of reentry vehicle considering guidance algorithm, Ph.D. thesis, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran, 2014.
- [35] Aerojet Monopropellant Rocket engine Data Sheets. Available: <https://www.rocket.com/space/space-power-propulsion/monopropellant-rocket-engines>.
- [36] Moog Monopropellant thrusters Data Sheets. 2013. Available: <https://www.moog.com/products/propulsion-controls/spacecraft/thrusters.html>.
- [37] Airbus Defence and Space Chemical Monopropellant Thruster Family Data Sheets. 2013. Available: <https://www.space-propulsion.com/brochures/hydrazine-thrusters/hydrazine-thrusters.pdf>.
- [38] P. McRight, Ch. Popp, Ch. Pierce and A. Turpin, "Confidence testing of Shell-405 and S-405 catalysts in a monopropellant hydrazine thruster." *41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, 2005.
- [39] M. J. Wilson, "Demonstration testing of a long-life 5-lbf (22-n) mr-1061 monopropellant hydrazine rocket engine assembly." *41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, 2005.
- [40] G. P. Sutton and O. Biblares, *Rocket propulsion elements*. John Wiley & Sons, 2016.
- [41] Travis S. Taylor, *Introduction to rocket science and engineering*. CRC Press, 2009.
- [42] Fatehi, Mohammad, Alireza Toloei, and Behroz Keshtegar. "Optimal Design of Monopropellant Hydrogen Peroxide Propulsion Control System for a Satellite Orbital Transfer System under Uncertainty." *Aerospace Knowledge and Technology Journal* 9.2, 2020.
- [12] Jason, P. Modisette, "Maximum Likelihood Approach to State Estimation in Online Pipeline Models." *9th International Pipeline Conference American Society of Mechanical Engineers*, 2012.
- [13] Xiao, Jie, and Bohdan Kulakowski. "Hybrid genetic algorithm: A robust parameter estimation technique and its application to heavy duty vehicles." *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, vol. 128, No. 3, pp. 523-531, 2006.
- [14] R.A. Fisher, On the probable error of a coefficient of correlation deduced from a small sample, *Journal Metron*, vol. 1, pp. 3-32, 1921.
- [15] A. Haldar and Sh. Mahadevan, *Probability Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*, John Wiley & Sons. Inc., New York, 1999.
- [16] P. Raj Dey, "Robust and reliability-based design optimization under epistemic uncertainty." Available, <http://lib.buet.ac.bd:8080/xmlui/handle/123456789/1430>, 2015.
- [17] K. Zaman, M. McDonald, S. Mahadevan and L. Green, "Robustness-based design optimization under data uncertainty." *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer, vol. 44, no.2, pp. 183-197, 2011.
- [18] S. Sankararaman, S. Mahadevan, Likelihood-based representation of epistemic uncertainty due to sparse point data and/or interval data, *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 96, pp. 814-824, 2011.
- [19] K. Zaman and P. Raj Dey, "Likelihood-based representation of epistemic uncertainty and its application in robustness-based design optimization." *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 56, issue 4, pp. 767-780, 2017.
- [20] M. Nosratollahi, M. Fatehi, A.H. Adami, "Design of an Upper Stage Propulsion System by Multi Objective Hybrid PSO." *Journal of Space Science and Technology (JSST)*, vol.13, no.3, pp. 1-16, 2020 (in Persian).
- [21] M. Nosratollahi, A.R. Novinzadeh, M. Zakeri, V. Bemani and Y. EmadiNoori, "Integrated Design of Orbital Transfer Block in an Optimized and Multistep Converged Environment," *Journal of Space Science and Technology (JSST)*, vol. 7, no. 4, pp.23-27, 2015 (in Persian).
- [22] Walter E. Hammond, *Design methodologies for space transportation systems*, AIAA, 2001.
- [23] Dieter K. Huzel, D. H. Huang, *Modern engineering for design of liquid-propellant rocket engines*. vol. 147. AIAA, 1992.
- [24] A. Hossein Adami, M. Mortazavi, and M. Nosratollahi. "Multidisciplinary Design Optimization of Hydrogen Peroxide Monopropellant Propulsion System using GA and SQP." *International Journal of Computer Applications*, vol. 113, No. 9, pp. 14-21, 2015.
- [25] M. Nosratollahi, M. Fatehi, A. Hossein Adami, "Multidisciplinary Design Optimization of Hydrazine Monopropellant Propulsion System for Attitude Control of an Upperstage by GA." *3rd National and First International Conference in applied research on Electrical, Mechanical and Mechatronics Engineering*, 2015.
- [26] M. Tajmar, *Advanced space propulsion systems*, Springer; Softcover reprint of the original 1st ed. 2003 edition (September 8, 2012).