

**Research Paper**

# **Kinematic Standard Point Positioning (SPP) based on Kalman Filter and C/A Code Observations Under Intense Geomagnetic Storm Conditions**

**Fereydon Nobakht Orsi<sup>1\*</sup>, Abdolreza Safari<sup>2</sup> and Amir Khodabandeh<sup>3</sup>**

1, 2. School of Surveying and Geospatial Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

3. GNSS Research Centre, Department of Spatial Sciences, Curtin University of Technology, Perth, Australia

\* [fndr1361@gmail.com](mailto:fndr1361@gmail.com)

*In this paper, we discussed the standard point positioning technique based on the single frequency code-based (C/A) receivers. Then, we presented its performance by means of different measures. However, the use of one single-frequency GPS receiver to obtain high-precision positioning make a major challenge due to the environmental biases, in particular, the ionospheric effects are handled. The main objective of the present study is to integrate an ionospheric model such as Klobuchar Ionospheric Model (KIM) with imprecise code (C/A) observations under intense geomagnetic storm conditions, then, to obtain dm level positioning accuracy using Kalman filter. For this purpose, we used code (C/A) observations on two different days (February 26, 2018, and December 20, 2015) at Tehran station. The results show that we could obtain multi-dm level positioning accuracy under geomagnetic storm condition by using Kalman filter that will be important in the field of kinematic applications.*

**Keywords:** Kalman filter, Geomagnetic storm, SPP, GPS, KIM

---

1. PhD Student (Corresponding Author)  
2. Professor  
3. Assistant Professor

مقاله علمی - پژوهشی

# تعیین موقعیت نقطه‌ای استاندارد (SPP) کینماتیکی در شرایط طوفان ژئو مغناطیسی شدید با استفاده از فیلتر کالمن و مشاهدات کد C/A

فریدون نوبخت ارسی<sup>۱\*</sup>، عبدالرضا صفری<sup>۲</sup> و امیر خدابنده<sup>۳</sup>

۱ و ۲- دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۳- مرکز تحقیقات GNSS، دانشکده علوم زمین، دانشگاه صنعتی کر تین، پرث، استرالیا

\* fnbakht@ut.ac.ir

تعیین موقعیت نقطه‌ای استاندارد (SPP) با استفاده از یک گیرنده تک فرکانسه GPS با یک چالش اصلی به خاطر بایاس‌های محیطی (بخصوص تأثیرات یونسفری) مواجه است. هدف اصلی مقاله حاضر، آن است که تأثیرات یونسفریک را با استفاده از یک مدل یونسفری غیر دقیق مانند مدل کلابچار مدلسازی نماید و سپس آن را با مشاهدات غیر دقیق کد (C/A) در شرایط طوفان ژئومغناطیسی شدید تلفیق نماید و با بکارگیری الگوریتم فیلتر کالمن به دقت‌هایی در سطح دسی‌متر برسد. برای این منظور مشاهدات کد C/A در روزهای ۲۶ فوریه ۲۰۱۸ و ۲۰ دسامبر ۲۰۱۵ در ایستگاه دائمی تهران جمع‌آوری شده است. نتایج حاصل از فیلترینگ کالمن، نشان دهنده دست‌یابی به دقت‌هایی در سطح چند دسی‌متر برای تمام مولفه‌های مختصاتی در شرایط طوفان ژئومغناطیسی شدید است که در بسیاری از کاربردهای کینماتیکی می‌تواند پراهمیت باشد. همچنین، آنالیز نتایج نشان می‌دهد که با بکارگیری مدل کلابچار، دقت تعیین موقعیت نقطه‌ای SPP حدود ۲۰٪ در روز ۲۶ فوریه ۲۰۱۸ و حدود ۲۱٪ در روز ۲۰ دسامبر ۲۰۱۵ بهبود می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: فیلتر کالمن، طوفان ژئومغناطیسی، SPP، GPS، مدل کلابچار

## علائم و اختصارات

$P_{k k-1}$	ماتریس کوواریانس بردار حالت در اپوک k	C/A	مشاهده کد
$\Phi_{k,k-1}$	ماتریس انتقال وضعیت از اپوک $t_{k-1}$ به $t_k$	$\Delta \tilde{p}_{r,j}^s$	معادله مشاهده غیرتفاضلی تصحیح شده کد
$\sigma_{P_{r,j}}^2$	واریانس مشاهدات غیرتفاضلی کد	$\mu_j$	ضریب تأخیرات یونسفری
		$u_r^s$	بردار یکه گیرنده- ماهواره
		$R_{\Delta y \Delta y}$	ماتریس واریانس- کوواریانس مشاهدات
		$\Delta x_{k k-1}$	بردار حالت در اپوک k

## مقدمه

روش تعیین موقعیت نقطه‌ای استاندارد (SPP<sup>۴</sup>) براساس مشاهدات کد C/A (شبه فاصله) دارای این قابلیت است که موقعیت یک نقطه را با استفاده از یک گیرنده و با دقت چند دسی‌متر تعیین کند. تأخیرات یونسفریک، چالشی بزرگ برای دست‌یابی به موقعیت‌های

۱. دانشجوی دکتری (نویسنده مخاطب)

۲. استاد

۳. پژوهشگر

4 Standard Point Positioning

که  $\Delta \tilde{p}_{r,j}^s = \Delta p_{r,j}^s + dt^s + \tilde{\tau}_r^s + \mu_j \tilde{I}_r^s + TGD^s$  بیانگر معادله مشاهده غیرتفاضلی تصحیح شده کد می‌باشد.  $dt^s$  و  $\tilde{\tau}_r^s$  به ترتیب دلالت بر خطای ساعت ماهواره و تاخیرات تروپوسفری می‌کند. تاخیرات یونسفری بر روی فرکانس ( $L_1$ ) که دارای ضریب  $\mu_j = \frac{f_{L_1}^2}{f_j^2}$  است با  $\tilde{I}_r^s$  نشان داده شده است.  $TGD^s$  پارامتری است که در فایل ناوبری ماهواره قابل دستیابی است. بردار یکه گیرنده- ماهواره از طریق  $u_r^s = \frac{r^{s,0} - r_r^p}{\|r^{s,0} - r_r^p\|}$  محاسبه می‌شود.  $r^s = [x^s \ y^s \ z^s]^T$  و  $r_r = [x_r \ y_r \ z_r]^T$  به ترتیب نشان‌دهنده بردارهای موقعیت ماهواره و گیرنده با مقادیر تقریبی  $r_r^0$  و  $r^{s,0}$  در یک سیستم مختصات ژئوستاتیک جهانی هستند.  $\Delta x_r$  و  $d\tilde{\tau}_r$  بیانگر نمو مختصات و خطای ساعت گیرنده است که به صورت پارامترهای مجهول در معادله مشاهده غیرتفاضلی کد ظاهر می‌شوند.  $\varepsilon$  نویز گیرنده است. با در نظر گرفتن تمام اندازه‌گیری‌های تصحیح شده  $\Delta \tilde{p}_{r,j}^s$  ( $s = 1, 2, \dots, m$ ) در یک بردار  $m \times 1$  شکل ماتریسی مدل رتبه-کامل SPP کد- مبنا به صورت زیر است:

$$E \begin{pmatrix} \Delta \tilde{p}_{r,1}^1 \\ \Delta \tilde{p}_{r,1}^2 \\ \vdots \\ \Delta \tilde{p}_{r,1}^m \end{pmatrix}_{\Delta y} = \begin{pmatrix} u_r^{1T} & 1 \\ u_r^{2T} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ u_r^{mT} & 1 \end{pmatrix}_A \begin{pmatrix} \Delta x_r \\ d\tilde{\tau}_r \\ \Delta x \end{pmatrix} \quad (2)$$

که در آن  $A$  ماتریس ضرایب است.  $\Delta x$  و  $\Delta y$  به ترتیب بردار اندازه‌گیری‌های کد (مشاهده شده- منهای- محاسبه شده) و بردار مجهولات است. معادلات مشاهدات خطی شده (۲) در فرم بسته آن و همراه با ماتریس وریانس- کوواریانس مشاهدات به صورت رابطه (۳) قابل بیان است:

$$E\{\Delta y\} = A\Delta x, \quad D\{\Delta y\} = R_{\Delta y \Delta y} \quad (3)$$

$E\{\cdot\}$  و  $D\{\cdot\}$  اپراتورهای ریاضی که به ترتیب بیانگر امید ریاضی<sup>۷</sup> و پخش<sup>۹</sup> می‌باشند.  $R_{\Delta y \Delta y}$  نشان‌دهنده ماتریس وریانس- کوواریانس مشاهدات باشد.

معادلات مشاهدات غیرتفاضلی کد برای گیرنده منفرد باید در طول زمان فیلتر شود. بنابراین باید یک مدل خطی به صورت یک سیستم دینامیکی بیان شود که در این سیستم دینامیکی، بردار حالت، همان پارامترهای مجهول ( $\Delta x$ ) است. در طراحی فیلتر ناوبری GPS برای اهداف کینماتیکی تعیین موقعیت، مدل خطی موقعیت- سرعت ( $PV^{10}$ ) استفاده می‌شود [۱۱]. در این مورد، بردار حالت شامل سه مؤلفه مختصات، سه مؤلفه سرعت و یک مؤلفه

دقیق در این روش بشمار می‌رود. اثرات یونسفریک را می‌توان در روش‌های تفاضلی با تشکیل ترکیبات خطی عاری از یونسفر حذف کرد و به دقت‌هایی در سطح سانتی‌متر دست یافت [۸، ۲]، اما کاربران SPP با گیرنده‌های تک فرکانسه- کد نمی‌توانند ترکیبات عاری از یونسفر را تشکیل دهند [۸] در نتیجه نیاز به تصحیحات یونسفریک از یک منبع بیرونی دارند.

علاوه بر روش SPP، می‌توان مختصات یک نقطه را با استفاده از روش تعیین موقعیت مطلق و با به کارگیری مشاهدات کد نیز انجام داد [۵] اما این تکنیک، فقط برای دستیابی به دقت‌هایی در سطح چند متر مناسب است. غیردقیق بودن این روش، ناشی از دقت پایین مشاهدات کد و ساعت ماهواره و نیز نویز مشاهدات کد است [۲]. بنابراین؛ تکنیک تعیین موقعیت مطلق برای کاربردهای دقیق مناسب نیست.

در تعیین موقعیت نقطه‌ای SPP با گیرنده‌های تک فرکانسه- کد و در شرایط طوفان ژئومغناطیسی شدید از مشاهدات غیرتفاضلی کد استفاده می‌شود. شرایط ژئومغناطیسی شدید باعث افزایش خطای یونسفر و در نتیجه کاهش دقت تعیین موقعیت می‌شود [۴]. به منظور اینکه دقت روش SPP به طور چشمگیری بهبود پیدا کند لازم است خطای یونسفریک از مشاهدات کد حذف شود.

تحقیقات اخیر نشان می‌دهد که این روش برای دستیابی به دقت‌هایی در سطح دسی‌متر برای کاربردهای کینماتیک با یک گیرنده دو فرکانسه مناسب است [۵، ۲] اما برای گیرنده تک‌فرکانسه به خصوص برای مؤلفه ارتفاعی دقت کاهش می‌یابد [۵] که یکی از دلایل آن مدل‌سازی غیردقیق یونسفر است. مرسوم‌ترین روش برآورد خطای یونسفر، استفاده از ضرایب یونسفریک انتشار یافته (چهار پارامتر آلفا و چهار پارامتر بتا) از ماهواره‌های GPS<sup>۵</sup> در ترکیب با مدل کلابچار<sup>۶</sup> است. مهم‌ترین مزیت این مدل، آن است که می‌توان آن را به صورت آبی برای تصحیح مشاهدات تک‌فرکانسه به کار برد [۶].

بنابراین، اساسی‌ترین هدف این تحقیق، آن است که یک الگوریتم مانند فیلتر کالمن را ارائه کند که کارایی پردازش مشاهدات کد C/A در حالت کینماتیک و در شرایط طوفان ژئومغناطیسی شدید با گیرنده‌های تک فرکانس جهت برآورد نهایی مختصات را داشته باشد. سپس نتیجه‌های مطلوب و مؤثر در بهبود کیفیت جواب‌های تعیین موقعیت برآورد شده SPP، را نشان دهد.

## مدل تابعی SPP در حالت کینماتیک

مدل خطی شده مشاهده کد C/A برای یک گیرنده منفرد ( $r$ ) که  $m$  ماهواره را بر روی فرکانس  $f = 1$  ردیابی کرده است به صورت زیر است [۷، ۱۲]:

$$\Delta \tilde{p}_{r,j}^s = u_r^{sT} \Delta x_r + d\tilde{\tau}_r + \varepsilon \quad (1)$$

7 Total/Timing Group Delay

8 Mathematical expectation operator

9 Mathematical dispersion operator

10 Position-Velocity

5 Global Positioning System

6 Klobuchar

$$\Phi_{k,k-1} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۸)$$

$$Q_{k-1} = s_p \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^3}{3} & \frac{\Delta t^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta t^2}{2} & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta t^3}{3} & \frac{\Delta t^2}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta t^2}{2} & \Delta t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\Delta t^3}{3} & \frac{\Delta t^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\Delta t^2}{2} & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta t \end{bmatrix}$$

که  $s_p$  توان چگالی طیفی مرتبط با مختصات است.  $\Delta t = t_k - t_{k-1}$  بازه زمانی نرخ ثبت مشاهدات است. برآورد نهایی بردار وضعیت در فیلتر کالمن با روابط زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \Delta x_{k|k} &= \Delta x_{k|k-1} + K_k(\Delta y_k - A_k \Delta x_{k|k-1}) \\ P_{k|k} &= (I - K_k A_k) P_{k|k-1} \end{aligned} \quad (۹)$$

که  $I$  بیانگر ماتریس یکه است. بهره کالمن با نماد  $K_k = P_{k|k-1} A_k^T (R_k + A_k P_{k|k-1} A_k^T)^{-1} A_k$  نشان داده می‌شود. روابط (۹) به معادلات تصحیح معروف است.

### مدل یونسفر کلابچار

در دهه‌های اخیر؛ چندین مدل فیزیکی برای یونسفر جهانی به طور گسترده‌ای مورد تحقیق قرار گرفته است. معروف‌ترین مدل یونسفری فیزیکی جهانی، مدل کلابچار است که در پیغام ناوبری ماهواره‌های GPS مخابره می‌شود. در این تحقیق، به‌رغم اینکه تصحیحات یونسفری به‌دست آمده از این مدل، دارای دقت کمتری در مقایسه با مدل‌های یونسفری حاصل از شبکه ایستگاه‌های دائمی است ولی، کارایی این مدل در کاربردهای کینماتیک مورد آنالیز قرار گرفته است. این مدل شامل دو مرحله اساسی است؛ (۱) ابتدا، تأخیر یونسفری مایل با استفاده از تابع نگاشت کسکانت بر روی تأخیر زینتی نگاشته می‌شود (۲) تغییرات روزانه تأخیر زینتی به‌صورت یک تابع کسینوسی در طول روز و یک مقدار ثابت ۱/۵ متر در طول شب مدل می‌شود [۸]. تأخیر زینتی یونسفر به‌صورت رابطه زیر است [۹، ۱۰]:

$$I_{v,r}^s = \begin{cases} c[5 \cdot 10^{-9} + \text{Acos } X_I] \times m(E), & |X_I| < \frac{\pi}{2} \\ c \cdot 5 \cdot 10^{-9} \times m(E) \approx 1.5m, & |X_I| \geq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (۱۰)$$

که

بایاس ساعت گیرنده است. شکل ماتریسی مدل PV به‌صورت رابطه (۴) می‌توان بیان کرد [۴]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ u_2 \\ 0 \\ u_4 \\ 0 \\ u_6 \\ u_7 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

که در آن  $x_1, x_3, x_5$  نشان‌دهنده موقعیت گیرنده است.  $x_2, x_4, x_6$  دلالت بر سرعت گیرنده می‌کنند.  $x_7$  نیز بایاس ساعت گیرنده است.  $u_1, u_2, u_4, u_6, u_7$  بیانگر نویز سیستم است. این پارامترها را می‌توان در یک سیستم مختصات ژئوسنتریک به‌دست آورد. همچنین بردار حالت در یک سیستم مختصات محلی (NEU) نیز در دسترس است که در این حالت لازم است مختصات از سیستم ژئوسنتریک به سیستم محلی تبدیل شود.

بردار حالت و ماتریس کووریانس آن در یک سیستم مختصات محلی با روش شناخته شده فیلتر کالمن برای اهداف ناوبری با GPS به صورت زیر در اپوک  $k$  پیش‌بینی می‌شود [۲، ۴]:

$$\begin{aligned} \Delta x_{k|k-1} &= \Phi_{k,k-1} \Delta x_{k-1|k-1} + \omega_k \\ P_{k|k-1} &= \Phi_{k,k-1} P_{k-1|k-1} \Phi_{k,k-1}^T + Q_k \end{aligned} \quad (۵)$$

که  $\Delta x_{k|k-1}$  بیانگر مقدار پیش‌بینی بردار حالت در اپوک  $t_k$  است.  $\Phi_{k,k-1}$  ماتریس انتقال وضعیت از اپوک  $t_{k-1}$  به  $t_k$  است.  $\omega_k$  بردار نویز سیستم است.  $P_{k|k-1}$  ماتریس کووریانس وضعیت است.  $Q_k$  ماتریس کووریانس نویز سیستم است. روابط (۵) به معادلات پیش‌بینی معروف است. مدل اندازه‌گیری که بردار حالت را با مشاهدات غیرتفاضلی کد ارتباط می‌دهد به صورت رابطه (۶) بیان می‌شود:

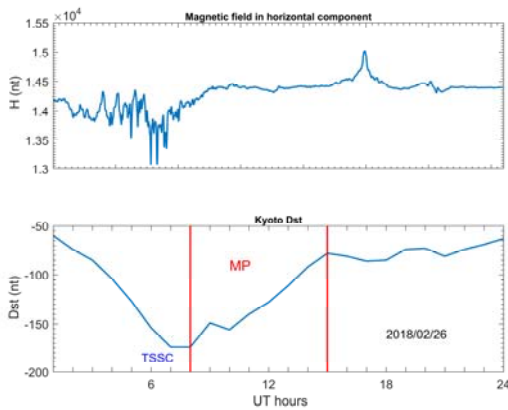
$$\Delta y_k = A_k \Delta x_k + v_k \quad (۶)$$

$v_k$  بردار نویز اندازه‌گیری‌ها است. با فرض اینکه اندازه‌گیری‌ها مستقل از هم هستند، ماتریس وریانس-کووریانس که در فیلتر کالمن استفاده می‌شود به شکل زیر داده می‌شود [۱۲]:

$$R_k = \text{diag} \left( \sigma_{p_{r,j}^1}^2, \dots, \sigma_{p_{r,j}^m}^2 \right) \quad (۷)$$

$$\sigma_{p_{r,j}^s}^2 = \sigma_0^2 (1/\sin \theta^s)^2$$

که  $\sigma_{p_{r,j}^s}^2$  ( $j=1$ ) نشان‌دهنده وریانس مشاهدات غیرتفاضلی کد است. در این مطالعه وریانس مشاهدات غیرتفاضلی کد به صورت یک تابع سینوسی در نظر گرفته شده است. در تعیین موقعیت کینماتیکی، ماتریس‌های  $\Phi_{k,k-1}$  و  $Q_k$  به صورت زیر به‌دست می‌آیند [۶]:



شکل ۱- (نمودار بالا): مؤلفه افقی میدان ژئومغناطیسی، (نمودار پایین) شاخص Dst براساس Kyoto Dst روز ۲۶ فوریه ۲۰۱۸

### نتایج عددی

این بخش، کیفیت نتایج SPP را برای یک گیرنده منفرد در شرایط طوفان‌های ژئومغناطیسی شدید، براساس تصحیحات یونسفری غیر دقیق کلابچار و با استفاده از مشاهدات کد C/A و الگوریتم فیلتر کالمن مورد بحث و بررسی قرار می‌دهد. در این مطالعه، از مشاهدات کد C/A از اندازه‌گیری‌های پیوسته گیرنده دو فرکانسه ASHTECH UZ-12 متصل به آنتن ASH701945B\_M SNOW مربوط به ایستگاه دائمی GPS تهران (طول جغرافیایی  $51.3341^\circ$  شرقی و عرض جغرافیایی  $35.6972^\circ$  شمالی) از شبکه IPGN<sup>۱۲</sup> استفاده شده است. تمامی فایل‌های مشاهداتی و ناوبری GPS در قالب فایل فشرده RINEX<sup>۱۳</sup> برای هر روز در [۱۴] در دسترس هستند. داده‌ها برای روزهای ۲۶ فوریه ۲۰۱۸ و ۲۰ دسامبر ۲۰۱۵ با پوشش زمانی پنج ساعت و نرخ ۳۰ ثانیه جمع‌آوری شده است. مدار ماهواره‌ها از فایل ناوبری استخراج شده است. ذکر این نکته ضروری است که هرچند، ایستگاه دائمی GPS مورد مطالعه، مجهز به گیرنده دو فرکانسه است ولی در این آنالیز، فقط مشاهدات کد C/A برای بررسی کارایی روش SPP در حالت کینماتیک استفاده شده است. شکل‌های (۲) و (۳) به ترتیب نمودار رؤیت آسمانی ماهواره‌ها و نمودار تعداد ماهواره‌ها برای فاصله زمانی ۵ ساعت را نشان می‌دهند. این شکل‌ها، ماهواره‌های قابل رویتی را نمایش می‌دهد که در محاسبات SPP مورد استفاده قرار گرفته‌اند. حداکثر ماهواره‌های قابل رؤیت، که به طور همزمان ردیابی شده‌اند، به تعداد ۱۰ ماهواره است. نمودار PDOP<sup>۱۴</sup> در شکل (۴) نمایش داده شده است. مقادیر PDOPها دارای میانگین تقریبی ۲ است.

$$X_I = \frac{2\pi(t_p^5 - 50400)}{P}$$

$$A = \sum_{n=0}^3 \alpha_n \left(\frac{\varphi_I}{\pi}\right)^n$$

$$P = \sum_{n=0}^3 \beta_n \left(\frac{\varphi_I}{\pi}\right)^n$$

$$t = t_{GPS} + \frac{86400}{2\pi} \lambda_I$$

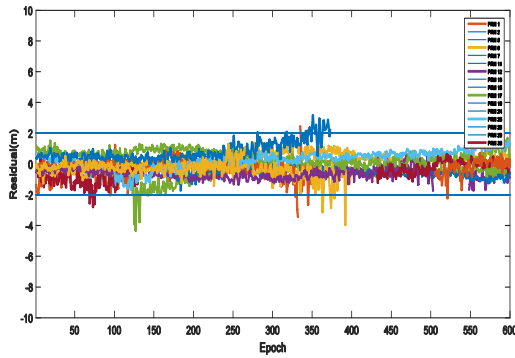
در این روابط  $I_{v,r}^s$  تأخیر زینتی یونسفری در واحد [s] است.  $X_I$  نشان‌دهنده فاز تأخیر یونسفری با واحد رادیان است. سرعت نور با علامت c و با واحد [m/s] بیان شده است. طول و عرض ژئومغناطیسی نقطه IPP<sup>۱۱</sup> به ترتیب با  $\lambda_I$  و  $\varphi_I$  نشان داده شده است. t بیانگر زمان محلی در نقطه IPP با واحد [s] است. A و P به ترتیب نشان‌دهنده دامنه و پرپود تأخیر یونسفری با واحد [s] است.  $m(E) = 1.0 + 16.0(0.53 - E)^3$  تابع نگاشت است.  $\alpha_n (n = 0, \dots, 3)$  و  $\beta_n (n = 0, \dots, 3)$  دلالت بر ضرایب کلابچار برای دامنه و پرپود دارند که از طریق پیغام ناوبری ماهواره‌های GPS انتشار می‌یابند. مدل کلابچار با به‌کارگیری این پارامترها می‌تواند تا ۵۰٪ از تأخیر یونسفری را تصحیح کند [۷] و دقت تعیین موقعیت را به سطح ۴ متر تا ۲ متر برساند [۸] که برای تعیین موقعیت‌های در سطح دسی‌متر کافی نیست. این مدل بسیار مناسب برای گیرنده‌های تک فرکانسه است.

### طوفان ژئو مغناطیسی شدید

تحقیق حاضر در شرایط طوفان‌های ژئومغناطیسی شدید در روزهای ۲۶ فوریه ۲۰۱۸ و ۲۰ دسامبر ۲۰۱۵ انجام شده است. برای نمونه، تغییرات مؤلفه افقی میدان ژئومغناطیسی برای روز ۲۶ فوریه ۲۰۱۸ در شکل (۱) نشان داده شده است که در آن  $H_{t_{min}} = 13070$  nt و  $H_{t_{max}} - H_{t_{min}} = 15020 - 13070$  nt می‌باشد. سایر پارامترهای اساسی میدان ژئومغناطیسی که در نمودار نمایش داده شده است، شامل زمان  $T_{SSC} = 7:00$ ، پرپود فاز اولیه (IP = 7:00~8:00)، فاز اصلی (MP = 8:00~15:00) و فاز بازیابی (RP) بعد از 15:00 است. علاوه بر آن، اندازه این طوفان برابر با  $Dst_{min} = -174$  nt و  $Kp_{max} = 3$  است. تلاطم یونسفری که در شکل (۱) نشان داده شده است یک نمونه از طوفان ژئومغناطیسی شدید است که در روز ۲۶ فوریه ۲۰۱۸ رخ داده است. پارامترهای میدان ژئومغناطیسی برای روز ۲۰ دسامبر ۲۰۱۵ نیز عبارتند از:  $H_{t_{min}} = 7160$  nt،  $H_{t_{max}} - H_{t_{min}} = 7770 - 7160$  nt،  $T_{SSC} = 3:00$ ،  $IP = 3:00 \sim 4:00$ ،  $MP = 4:00 \sim 10:00$  و RP بعد از 10:00. علاوه بر این پارامترها، اندازه این طوفان نیز برابر با  $Dst_{min} = -155$  nt و  $Kp_{max} = 7$  است.

12 Iran Permanent Geodetic Network  
13 Receiver Independent Exchange  
14 Position Dilution of Precision

11 Inospheric Pierce Point

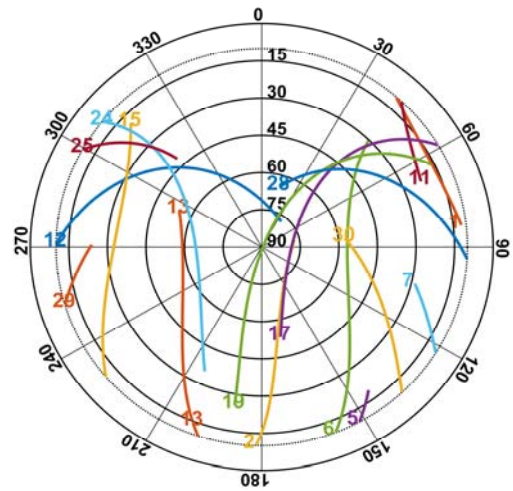


شکل ۵- باقی‌مانده مشاهدات کد C/A

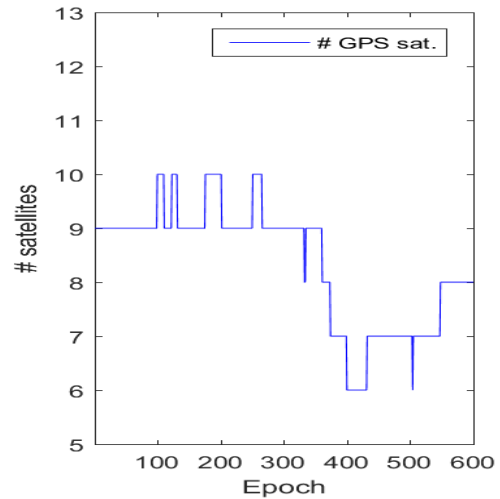
به منظور تعیین موقعیت نقطه‌ای SPP در حالت کینماتیک براساس مشاهدات کد C/A در ایستگاه دائمی تهران، تصحیحات یونسفری از طریق مدل کلابچار به مشاهدات اعمال شده است. در شکل (۵) باقی‌مانده اندازه‌گیری‌ها (شبه فاصله) پس از اعمال تصحیحات یونسفری کلابچار برای تمام ماهواره‌ها و به صورت اپک به اپک نشان داده شده است. باقیمانده اندازه‌گیری‌ها بدون حل ابهام فاز صحیح به دست آمده است. در بیشتر موارد مشاهده می‌شود که باقیمانده اندازه‌گیری‌ها در بازه  $\pm 2m$  قرار دارند.

در این مطالعه، سنجه‌هایی مانند: میانگین، انحراف معیار (std)، خطای ریشه میانگین مربعی (rms)، انحراف معیار مؤلفه‌های بردار وضعیت سیستم و آزمون‌های آماری مرتبط با خطای وضعیت سیستم و باقی‌مانده مشاهدات، برای ارزیابی کیفیت SPP استفاده می‌شود. شکل (۶) نتایج حاصل از فیلترینگ کالمن را برای خطاهای تعیین موقعیت کینماتیکی SPP در راستای مؤلفه‌های افقی (N,E) و قائم (U) (نمودار بالا) و توزیع خطاها (نمودار پایین) نشان می‌دهد. فیلتر کالمن برای نویز کووریانس فرآیند  $s_p = 10^{-3} \frac{m^2}{rad.s}$  به حالت پایدار می‌رسد. شکل ۶ (نمودار پایین) توزیع خطاهای تعیین موقعیت با یک هیستوگرام و تابع چگالی نرمال برازش داده شده به آن را نشان می‌دهد. یک ناریبی در هر سه جهت دیده می‌شود (cm)  $< 75$  مقدار میانگین) درحالی‌که انحراف معیار مؤلفه‌های افقی به ترتیب ۵۹ cm، ۲۸ cm و ۲۳ cm در جهت N، E و U هستند. مقادیر rms نیز برای هر کدام از مؤلفه‌ها به ترتیب ۹۶ cm، ۳۵ cm و ۷۵ cm بدست آمده‌اند. انحراف معیار مؤلفه‌های افقی بدون استفاده از مدل کلابچار به ترتیب ۷۴ cm، ۳۵ cm و ۲۹ cm در جهت N، E و U به دست می‌آیند.

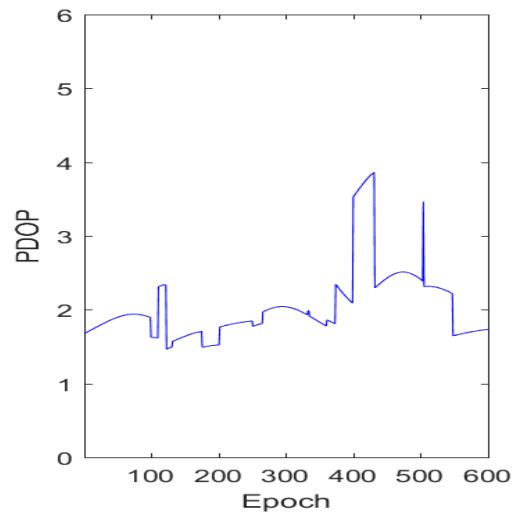
اولین معیار برای اعتبارسنجی فیلتر کالمن همگرایی اثر<sup>۱۵</sup> ماتریس وزن ( $P_k$ ) و متناظر با آن همگرایی انحراف معیار مؤلفه‌های وضعیت سیستم است [۴]. شکل (۷) (نمودار سمت چپ) اثر ماتریس



شکل ۲- نمودار رؤیت آسمانی ماهواره‌ها



شکل ۳- نمودار تعداد ماهواره‌ها



شکل ۴- نمودار PDOPs

از آنجا که معیار همگرایی اثر ماتریس وزن به عنوان یک شاخص اطمینان داخلی می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد [۴] لذا ما در مرحله بعد، بردار باقی‌مانده‌ها را مورد آزمون قرار دادیم. با فرض اینکه باقی‌مانده‌های مشاهدات و نیز باقی‌مانده‌های وضعیت سیستم در فرآیند فیلترینگ کالمن به صورت زیر تعریف شود:

$$\begin{aligned} d_k &= \Delta y_k - A_k \Delta \hat{x}_k \\ r_{\Delta x_k} &= K_k d_k \end{aligned} \quad (11)$$

آنگاه متناظر با هر کدام از این باقی‌مانده‌ها، آماره‌های زیر را می‌توانیم تعریف کنیم:

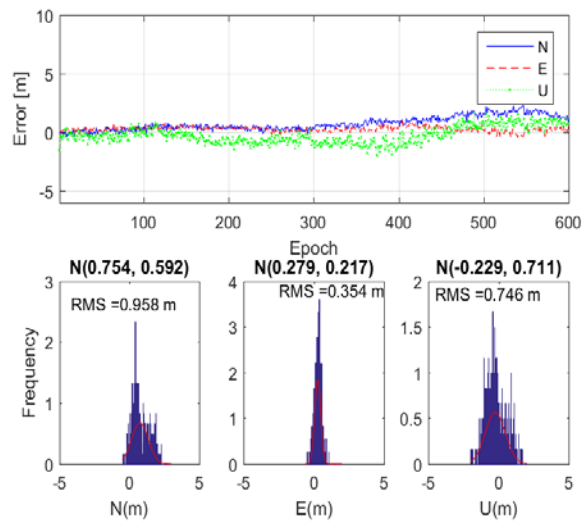
$$\begin{aligned} s_{d,k}^2 &= d_k^T D_k^{-1} d_k \sim \chi_{m,1-\alpha}^2 \\ s_{r_{\Delta x_k}}^2 &= \frac{r_{\Delta x_k}^T P_{r_{\Delta x_k}}^{-1} r_{\Delta x_k}}{\sigma_0^2} \sim \chi_{n,1-\alpha}^2 \end{aligned} \quad (12)$$

که در آنها  $P_{r_{\Delta x_k}} = K_k D_k K_k^T$  و  $D_k = R_k + A_k P_k A_k^T$  است.  $\alpha$  سطح معنی‌دار آزمون و  $m$  و  $n$  به ترتیب تعداد مشاهدات و تعداد مجهولات در هر اپک است. اگر  $s_{d,k}^2 < \chi_{m,1-\alpha}^2$  می‌توان نتیجه گرفت که هیچ اختلاف معنی‌داری بین وضعیت سیستم و مدل اندازه‌گیری وجود ندارد. همچنین اگر  $s_{r_{\Delta x_k}}^2 > \chi_{n,1-\alpha}^2$  باشد در این صورت ناسازگاری در مدل رخ داده است.

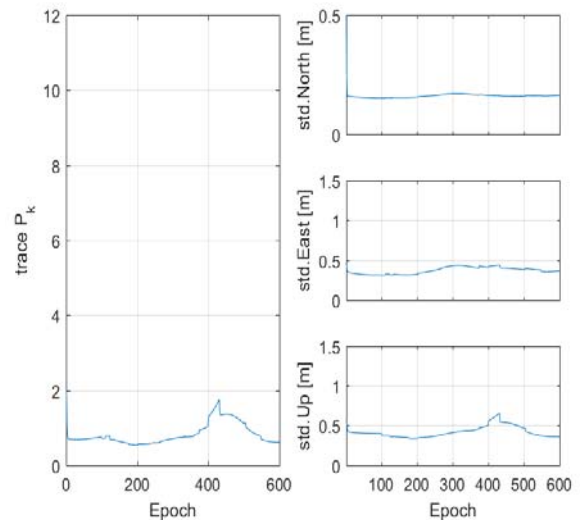
در پردازش فیلتر کالمن به صورت کینماتیکی سطح معنی‌دار به صورت  $\alpha = 0.01$  در نظر گرفته شده است. تعداد مجهولات در هر اپک شامل هفت پارامتر است در حالی که برای محاسبه توزیع  $\chi^2$  تعداد اندازه‌گیری‌ها نه در نظر گرفته شده است، زیرا در بیشتر مواقع نه ماهواره ردیابی شده است. بنابراین، در سطح اطمینان ۹۹٪ برای بردار اندازه‌گیری‌ها  $\chi_{0.99,9}^2 = 21.666$  و برای بردار وضعیت سیستم  $\chi_{0.99,7}^2 = 18.475$  است.

نتایج آزمون آماری برای مربع باقی‌مانده‌های مشاهدات و نیز مربع باقی‌مانده‌های وضعیت سیستم در شکل (۸) نشان داده شده است. شکل ۸ (نمودار سمت چپ) آزمون باقی‌مانده‌های مشاهدات براساس توزیع  $\chi^2$  را نشان می‌دهد. تعداد ۴۵ تا از مربع باقی‌مانده‌ها در خارج از ناحیه اطمینان قرار دارد و این دلالت بر این می‌کند که اختلاف معنی‌دار بین سیستم و مدل اندازه‌گیری فقط در ۷/۵٪ از کل اپک‌ها وجود دارد. به منظور مطالعه وجود خطاهای مدل، در مرحله بعد، خطاهای وضعیت سیستم در تمام اپک‌ها (نمودار سمت راست) محاسبه شده است. برای  $n = 7$  مقدار  $\chi^2$  در سطح اطمینان ۹۹٪ برابر ۱۸/۴۷۵ است. نمودار نشان می‌دهد که همه مقادیر در داخل ناحیه اطمینان است و این دلالت بر سازگاری مدل می‌کند.

کواریانس وضعیت سیستم ( $P_k$ ) را نشان می‌دهد. برای  $s_p = 10^{-3} \frac{m^2}{rad.s}$  اثر به سمت عدد ۰/۶ همگرا است. متناظر با اثر ماتریس وزن، انحراف معیار مؤلفه‌های وضعیت سیستم به ترتیب به اعداد ۰/۱۷ در جهت N، ۰/۳۴ در جهت E و ۰/۳۷ در جهت U همگراست (نمودار سمت راست). همان گونه که از شکل (۷) مشخص است دقت تعیین موقعیت در اپک ۴۳۰ و حوالی آن کاهش یافته است و این به دلیل کاهش تعداد ماهواره‌ها (شکل ۳) و در نتیجه افزایش PDOPها (شکل ۴) رخ داده است.



شکل ۶- خطاهای تعیین موقعیت کینماتیکی SPP در جهت E، N و U (نمودار بالا)، توزیع خطاهای تعیین موقعیت (نمودار پایین) در شرایط طوفان ژئومغناطیسی شدید در روز ۲۶ فوریه ۲۰۱۸ در ایستگاه تهران برای  $s_p = 10^{-3} \frac{m^2}{rad.s}$ .



شکل ۷- اثر ماتریس وزن ( $P_k$ ) وضعیت سیستم (نمودار سمت چپ)، انحراف معیارهای مؤلفه‌های وضعیت سیستم در سه جهت E، N و U.

## نتیجه‌گیری

تعیین موقعیت نقطه‌ای استاندارد SPP در دو روز مختلف با استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن و به‌کارگیری مدل یونسفر غیر دقیق کلابچار در حالت کینماتیک براساس مشاهدات غیردقیق کد C/A مورد ارزیابی و بررسی قرار گرفت و نشان داده شد که دقت‌هایی در سطح چند دسی‌متر در شرایط طوفان ژئومغناطیسی شدید قابل دست‌یابی است. اعتبارسنجی نتایج حاصل از فیلترینگ کالمن، به وسیله آنالیز داده‌هایی از ایستگاه دائمی تهران و با به‌کارگیری آزمون‌های آماری متناظر در حوزه اندازه‌گیری و وضعیت سیستم انجام پذیرفت. نتایج آماری نشان می‌دهد که حدود ۴٪ الی ۸٪ مربعات باقی‌مانده‌های اندازه‌گیری‌ها در خارج از سطح اطمینان قرار می‌گیرند، در حالی که همه مربعات باقی‌مانده‌های وضعیت سیستم در محدوده سطح اطمینان واقع می‌شوند. برای تحقیقات بعدی توصیه می‌شود جهت بهبود نتایج، داده‌های Multi-GNSS و مدل یونسفر دقیق محلی نیز مورد توجه قرار گیرد.

## مراجع

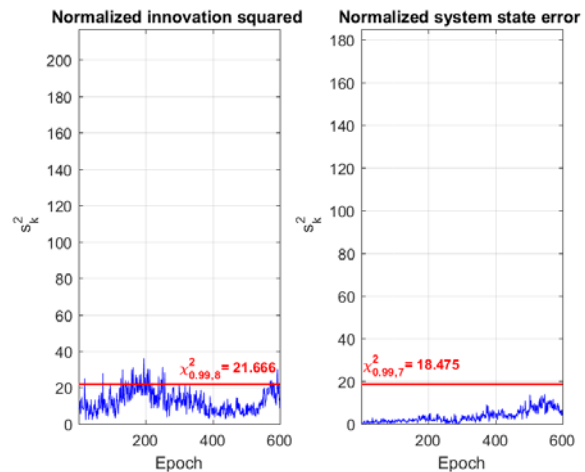
- [1] S. Bogatin, K. Foppe, P. Wasmeier, T. A. Wunderlich, T. Schafer and D. Kogoj, "Evaluation of linear Kalman filter processing geodetic kinematic measurements", *Measurement*, vol. 41, pp. 561--578, 2008.
- [2] S. L. Choy, "An investigation into the accuracy of single frequency precise point positioning," Ph.D. thesis, RMIT University, Australia, 2009.
- [3] V.V. Demyanov, X. Zhang and X. Lu, "Moderate geomagnetic storm condition, WAAS Alerts and real GPS positioning quality," *Journal of Atmospheric Science Research* .vol. 2, no. 1, pp. 10-23, 2019.
- [4] S. Gamse, F. Nobakht-Ersi and M.A. Sharifi, "Statistical process control of a Kalman filter model", *Sensors*, .vol 14, no.10, 18053-18074, 2014.
- [5] Y. Gao and X. Shen, "A new method for carrier phase based precise point positioning navigation", *Journal of the Institute of Navigation*, vol. 49m no. 2, pp.109-116, 2002.
- [6] B. Hofmann-Wellenhof, H. Lichtenegger and E. Wasle, *GNSS Global Navigation Satellite Systems: GPS, Glonass, Galileo & More*, Springer Wien, New York, 501 p, 2008.
- [7] J.A. Klobuchar, "Ionospheric time-delay algorithm for single-frequency GPS users," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES. 23, no. 3, pp. 325-331, 1987.
- [8] W. Liu, "Positioning performance of single frequency GNSS receivers using Australian regional ionospheric corrections", MSc. Thesis, Queensland Univ. of Technology, 2016.

آنالیز مشابه در روز ۲۰ دسامبر ۲۰۱۵ در شرایط طوفان ژئومغناطیسی شدید انجام شده است. فقط نتایج نهایی در جدول ۱ آمده است:

جدول ۱- نتایج SPP برای روز ۲۰ دسامبر ۲۰۱۵

	N	E	U
میانگین	۰/۱۳۵	۰/۴۵۷	۱/۳۳۳
std	۰/۳۲۹	۰/۳۲۸	۰/۵۷۸
rms	۰/۳۵۶	۰/۵۶۲	۱/۴۵۲

در این مورد نیز، یک ناریبی در هر سه جهت دیده می‌شود (m)  $< 1/33$  مقدار میانگین) در حالی که انحراف معیار مؤلفه‌های افقی به ترتیب ۳۳ cm، ۳۳ cm و ۵۸ cm در جهت N، E و U هستند. مقادیر rms نیز برای هر کدام از مؤلفه‌ها به ترتیب ۳۶ cm، ۵۶ cm و ۱/۴۵ m به‌دست آمده‌اند. برای حالتی که مدل کلابچار استفاده نشود.



شکل ۸- (نمودار سمت چپ) مربع باقی‌مانده‌های مشاهدات، (نمودار سمت راست) مربع خطاهای وضعیت سیستم براساس  $\sigma_p = 10^{-3} \frac{m^2}{rad.s}$  در حالت کینماتیک برای تمام اپک‌ها.

انحراف معیار مؤلفه‌های افقی به ترتیب ۴۲ cm، ۴۳ cm و ۷۴ cm در جهت N، E و U حاصل می‌شود. برای  $\sigma_p = 10^{-3} \frac{m^2}{rad.s}$  اثر به سمت عدد ۰/۷ همگراست. متناظر با اثر ماتریس وزن، انحراف معیار مؤلفه‌های وضعیت سیستم به ترتیب به اعداد ۰/۱۶، در جهت N، ۰/۳۵، در جهت E و ۰/۳۸ در جهت U همگراست. نتایج آزمون آماری برای مربع باقی‌مانده‌های مشاهدات نشان می‌دهد که فقط ۲۲ تا از مربع باقی‌مانده‌ها (۴٪ از کل داده‌ها) در خارج از ناحیه اطمینان قرار دارد در حالی که تمام مربعات باقی‌مانده‌های وضعیت سیستم در داخل ناحیه اطمینان قرار دارند.



- positioning using multi-constellation global navigation satellite system (GNSS) observations”, *ISPRS Int.J. Geo-Inf*, vol6 .no ,6, 2017.
- [13] J.F. Zumberge, M.B. Hefflin, D.C. Jefferson, M.M. Watkins and F.H. Webb, “Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks”, *Journal of Geophysical Research*, 102, Issue B3, pp.5005-5017,1997.
- [14] Available, [on line]: <http://cddis.nasa.gov/gnss/data>
- [15] Available, [on line]: <https://cdaweb.sci.gsfc.nasa.gov/>
- [16] Available, [on line]: <http://wdc.kugi.kyotou.ac.jp/dstdir/>
- [9] D. Odijk, *Fast precise GPS positioning in the presence of ionospheric delays*, Publications on geodesy, 52, Netherlands Geodetic Commission, Delft, The Netherlands, 2002.
- [10] J.S. Subirana, J.M.J. Zornoza and M. Hernandez-Pajares, *ESA\_GNSS data processing*, Vol. I: Fundamentals and Algorithms, ESA Communications, The Netherlands , 2013.
- [11] P.J.G. Teunissen, and A. Kleusberg, *GPS for geodesy*, 2<sup>nd</sup> edition, Springer-Verlag, 1998.
- [12] X. Yu and J. Gao, “Kinematic precise point