

Original Research Paper

Adaptive Robust Attitude Control and Vibration Suppression of a Flexible Satellite in Imaging Maneuver

Mohammad Zarourati* , Mehran Mirshams , and Morteza Tayefi 

Faculty of Aerospace Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

ARTICLE INFO**Article History:**

Received 19 January 2025

Revised 04 February 2025

Accepted 02 March 2025

Available Online 16 March 2025

Keywords:

Flexible satellite

Fast maneuver

Adaptive robust

Vibration suppression

Input shaping

ABSTRACT

Deployable solar arrays serve as the primary power source for many remote-sensing satellites. These arrays, characterized by their long, wide, and thin structure, exhibit significant flexibility, posing challenges to satellite attitude control. Remote sensing missions require rapid maneuvers to capture images within strict time constraints, yet such maneuvers induce oscillations in the deployable solar arrays, degrading image quality. This study presents an advanced attitude control strategy to mitigate the uncertainties introduced by solar array vibrations. An adaptive robust attitude controller is implemented to address model uncertainties and environmental disturbances. While the adaptive robust control method effectively manages attitude maneuvers with slew rates below 1 deg/s, high-frequency vibration amplitudes increase during rapid attitude adjustments. A dual-control approach is introduced to counteract this effect, integrating an adaptive robust attitude controller with an input shaping technique for vibration suppression. Simulation results confirm that the proposed control strategy enhances pointing accuracy, stability, and vibration attenuation, improving imaging performance in dynamic operational scenarios.

*Corresponding Author's E-mail: zarourati@email.kntu.ac.ir**How to Cite this Article:**

M. Zarourati, M. Mirshams, and M. Tayefi, "Adaptive robust attitude control and vibration suppression of a flexible satellite in imaging maneuver," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 18, No. 1, pp. 78-91, 2025, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jsst.2025.1524>.

**COPYRIGHTS**

© 2025 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [The Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



کنترل وضعیت مقاوم تطبیقی و کاهش ارتعاشات یک ماهواره انعطاف پذیر در مانور تصویربرداری

محمد ضرورتی^{۱*}، مهران میرشمس^۲، و مرتضی طایفی^۳

۱-دکتری، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
۲-دانشیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
۳-استادیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

چکیده

در ماهواره‌های سنجش از راه دور، به منظور تأمین انرژی الکتریکی از آرایه‌های خورشیدی بازشونده استفاده می‌شود. آرایه‌های خورشیدی دارای طول و عرض زیاد و ضخامت کم می‌باشند. لذا آرایه‌های خورشیدی انعطاف پذیر هستند. انعطاف پذیری آرایه‌های خورشیدی دشواری‌هایی را برای کنترل وضعیت ماهواره به وجود می‌آورد. از طرف دیگر، برای ماهواره‌هایی با مأموریت سنجش از راه دور، الزاماتی نظیر تصویربرداری با حجم زیاد، قابلیت مانور به منظور تصویربرداری از اهداف مورد نظر و محدودیت زمانی مد تصویربرداری تعریف می‌شود. به منظور برآورده نمودن این ملزومات، نیاز به مانور سریع وضعیت می‌باشد که باعث می‌شود آرایه‌های خورشیدی بازشونده ارتعاش نماید و کیفیت تصاویر گرفته شده کاهش یابد. در این مقاله کنترل کننده وضعیتی طراحی می‌گردد که بر عدم قطعیت‌هایی که در مدل به دلیل انعطاف پذیری آرایه‌های خورشیدی به وجود آمده است فائق آید. در این راستا، با توجه به عدم قطعیت‌هایی موجود در مدل ماهواره انعطاف پذیر و حضور اغتشاشات خارجی، از روش کنترل وضعیت مقاوم تطبیقی استفاده می‌شود. روش کنترل وضعیت مقاوم تطبیقی در مانورهایی با نرخ دوران کمتر از یک درجه بر ثانیه عملکرد خوبی دارد. اما در مانورهای سریع وضعیت، دامنه نوسانات فرکانس بالای زاویه‌ای ماهواره یا جیتر افزایش می‌یابد. لذا در ادامه، یک روش کنترلی مضاعف برای کاهش ارتعاشات ارائه می‌شود. در واقع روش کنترل پیشنهادی جهت کاهش ارتعاشات، کنترل وضعیت مقاوم تطبیقی مبتنی بر تکنیک شکل دهی ورودی می‌باشد. نتایج شبیه سازی نشان می‌دهد که روش کنترل پیشنهادی، در مانور سریع وضعیت، دقت نشانه روی و پایداری نشانه روی را به طور قابل ملاحظه‌ای بهبود می‌دهد و عملکرد خوبی در کاهش ارتعاشات دارد.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۳۰ دی ۱۴۰۳
بازنگری ۱۱ بهمن ۱۴۰۳
پذیرش ۱۲ اسفند ۱۴۰۳
اولین انتشار ۲۶ اسفند ۱۴۰۳

واژه‌های کلیدی:

ماهواره انعطاف پذیر
مانور سریع
مقاوم تطبیقی
کاهش ارتعاشات
شکل دهی ورودی

*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: zarourati@email.kntu.ac.ir

How to Cite this Article:

M. Zarourati, M. Mirshams, and M. Tayefi, "Adaptive robust attitude control and vibration suppression of a flexible satellite in imaging maneuver," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 18, No. 1, pp. 78-91, 2025, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jsst.2025.1524>.



COPYRIGHTS

© 2025 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [The Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



علائم و اختصارات

J	ماتریس اینرسی کل سازه
J_{mb}	ماتریس اینرسی بدنه اصلی
ω	سرعت زاویه‌ای
δ	اثر متقابل بخش‌های صلب و انعطاف‌پذیر
η	بردار مختصات مودال
u	گشتاور کنترلی
T_d	اغتشاشات خارجی
C	ماتریس ضرایب میرایی
K	ماتریس ضرایب سختی
ω_{ni}	فرکانس طبیعی
ζ_i	ضریب میرایی
q	کوآترینیون واحد
r	بردار کنترل
u_a	ترم جبران‌سازی مدل قانون کنترل
u_{s1}	ترم فیدبک پایدارساز خطی
u_{s2}	ترم فیدبک مقاوم غیرخطی

مقدمه

در گذشته، ماهواره‌ها در اندازه‌های کوچک ساخته می‌شدند و به دلیل مأموریت‌های ساده‌ای که در فضا برای این ماهواره‌ها تعریف شده بود نیاز به توان الکتریکی کمی داشتند. امروزه برای ماهواره‌ها و دیگر سیستم‌های فضایی، مأموریت‌های پیچیده‌تری تعریف می‌شود [۱] از طرف دیگر، در ماهواره‌های سنجش از راه دور، قابلیت‌های مختلفی نظیر حجم تصویربرداری بالا، گرفتن تصاویری با رزولوشن بالا، دقت نشانده‌روی^۱ بالا و عرض تصویربرداری زیاد مدنظر است. در ماهواره‌های مرسوم امروزه به‌منظور تأمین توان الکتریکی از آرایه‌های خورشیدی بازشونده استفاده می‌شود. جهت برآورده نمودن الزامات تعریف شده نظیر قابلیت مانور جهت عکس‌برداری از اهداف چندگانه مورد نظر و محدودیت زمانی مد تصویربرداری، نیاز به مانور سریع وضعیت می‌باشد. مانور سریع وضعیت باعث می‌شود آرایه‌های خورشیدی بازشونده ارتعاش نمایند و سبب شود که کیفیت تصاویر گرفته شده کاهش یابد.

به‌طور کلی طراحی و پیاده‌سازی سیستم کنترل وضعیت برای ماهواره با اجزای انعطاف‌پذیر بزرگ شامل دشواری‌های قابل ملاحظه‌ای از جمله مدل مرتبه بالا، رفتار نوسانی با میرایی ضعیف،

خطاهای مدل‌سازی ذاتی ناشی از تقریب جهت به‌دست آوردن مدل مرتبه محدود، عدم قطعیت پارامترها، کوپلینگ زیاد بین محورها و غیرخطی بودن مدل می‌باشد [۲].

به‌منظور کنترل وضعیت ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر در مانورهای سریع وضعیت، روش‌های کنترلی متعددی با توجه به معیارهای قوام^۲ در برابر عدم قطعیت و اغتشاشات، کاهش دامنه‌ی نوسانات اجزای انعطاف‌پذیر، عدم وجود چترینگ فرکانس بالا، عدم وجود فراجش و زمان اجرای مانور استفاده شده است. در مرجع [۳]، کنترل بهینه حداقل زمان در طی مانور وضعیت سریع و با زاویه بزرگ ارائه شده است. عملکرد روش کنترلی به تعداد مدهای در نظر گرفته شده برای سازه‌های انعطاف‌پذیر وابسته است. در مرجع [۴]، از روش کنترل بهینه عصبی برای اجرای مانور یک محوره استفاده شده است که قوام سیستم کنترل وضعیت نسبت به عدم قطعیت‌های مدل بررسی نشده است. در مرجع [۵]، از کنترل پس‌خور خروجی مبتنی بر تئوری لیاپانوف به منظور اجرای مانور وضعیت استفاده شده است. نتایج حاصل فراجش در پاسخ خروجی و نوسانی بودن را نشان می‌دهد.

قوام و عملکرد خوب کنترل مد لغزشی باعث شده است که این روش در کنترل وضعیت ماهواره انعطاف‌پذیر مورد توجه قرار گیرد [۶،۷]. در مرجع [۸]، از روش مد لغزشی خودتنظیم مبتنی بر شبکه عصبی استفاده شده است. روش ارائه شده نسبت به عدم قطعیت در ماتریس اینرسی ماهواره، قوام خوبی دارد و علاوه بر آن می‌توان، با این قانون کنترل به دقت نشانده‌روی و پایداری نشانده‌روی^۳ خوبی دست یافت که هزینه‌ی این عملکرد، نوسانات فرکانس بالا در قانون کنترل است. کنترل‌کننده H_{∞} مبتنی بر نامساوی ماتریس خطی^۴ (LMI)، روش مؤثری برای حل مسائل مهندسی تحت اغتشاشات زیاد می‌باشد [۹]. اگر قوام و مسئله تحقق مدنظر گرفته شود و پارامترهای سیستم متغیر باشند کنترل‌کننده‌ی جدول بهره دارای عملکرد بهتری نسبت به کنترل‌کننده‌ی مقاوم می‌باشد. نتایج مرجع [۱۰] نشان می‌دهد که کنترل‌کننده‌ی مقاوم همراه با جدول بهره توانایی زیادی برای کاهش ارتعاشات و ردیابی دقیق دارد.

در مرجع [۱۱] کنترل تطبیقی برای مانور دورانی ماهواره انعطاف‌پذیر و توقف ارتعاشات ارائه شده است که زمان اجرای مانور طولانی است. در مرجع [۱۲] از روش کنترل تطبیقی مبتنی بر مدل مشخصه به‌منظور مانور وضعیت سه محوره با زاویه‌های بزرگ استفاده شده است.

در مرجع [۱۳] از کنترل مقاوم تطبیقی برای یک ماهواره‌ی صلب سنجش از دور استفاده شده است (مانور ۱۰ درجه در مدت زمان تقریباً

3. Pointing Stability
4. Linear Matrix Inequality

1. Pointing Accuracy
2. Robustness

در این مقاله به منظور کنترل وضعیت ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر در مانورهای سریع وضعیت از روش کنترل ترکیبی استفاده می‌گردد. به دلیل وجود عدم قطعیت در دینامیک ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر و اغتشاشات خارجی، از روش کنترل مقاوم تطبیقی به منظور کنترل وضعیت استفاده می‌شود. در وهله‌ی دوم به منظور بهبود جیت‌ر می‌بایست ارتعاشات باقیمانده در پنل-های خورشیدی انعطاف‌پذیر را متوقف نمود که از روش‌های شکل‌دهی فرمان ورودی نظیر هدایت وضعیت^۴ ماهواره و شکل‌دهی ورودی استفاده می‌گردد. بخش‌های ارائه شده در این مقاله بدین صورت است که ابتدا مدل ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر ارائه می‌گردد و در ادامه طراحی کنترل‌کننده وضعیت پیشنهادی به تفصیل آمده است. در ادامه شکل-دهی فرمان و شبیه‌سازی‌های عددی ارائه می‌شوند. در نهایت نیز نتیجه‌گیری انجام می‌گیرد.

مدل ماهواره انعطاف‌پذیر

شکل (۱) یک نمونه ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر که دارای یک بخش صلب به همراه پنل‌های خورشیدی است را نشان می‌دهد. معادلات دینامیکی یک ماهواره انعطاف‌پذیر طبق رابطه (۱) می‌باشد [۲۰].

$$J\dot{\omega} + \delta^T \ddot{\eta} = -\omega^\times (J\omega + \delta^T \dot{\eta}) + u + T_d \quad (1)$$

$$\ddot{\eta} + C\dot{\eta} + K\eta = -\delta\dot{\omega} - \delta_2 u_p$$

در این معادلات J ماتریس ممان اینرسی کل سازه است که مجموع ماتریس اینرسی بدنه اصلی J_{mb} و ماتریس اینرسی بخش انعطاف‌پذیر می‌باشد. J_{mb} یک ماتریس متقارن و معین مثبت است. ω سرعت زاویه‌ای دستگاه مختصات بدنه ماهواره نسبت به دستگاه مختصات اینرسی است.

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix} \quad (2)$$

توزیع بخش انعطاف‌پذیر در ماتریس اینرسی کلی به صورت $\delta^T \delta$ است و ماتریس δ اثر متقابل بین بخش‌های صلب و انعطاف‌پذیر را نشان می‌دهد. η بردار مختصات مودال و u گشتاور کنترلی است که برای ایجاد تغییر وضعیت در بخش صلب مورد استفاده قرار می‌گیرد. ورودی بخش انعطاف‌پذیر u_p و ماتریس اثر ورودی انعطاف‌پذیر δ_2 است. عبارت $J\omega + \delta^T \dot{\eta}$ بیان‌گر مومنتم زاویه‌ای کل است. سیستم برای تغییر وضعیت بدنه اصلی دارای سه ورودی در سه محور رول، پیچ و یاو است و نوع محرکی که این گشتاورها را تولید می‌کند تغییری در شکل معادلات ایجاد نمی‌کند. گشتاورهای خارجی که به صورت اغتشاش به ماهواره وارد می‌شوند با ورودی T_d نشان داده می‌شود. وجود

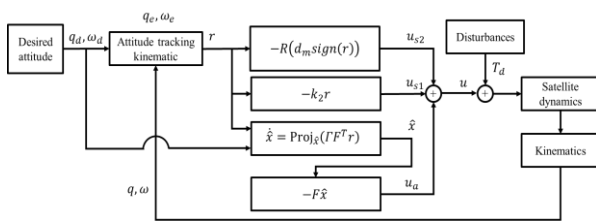
۱۰ ثانیه). ساختار قانون کنترل شامل استراتژی مد لغزشی با وجود عدم قطعیت‌های پارامتری طی مانور وضعیت و اغتشاشات خارجی است. در مرجع [۱۴] برای غلبه بر عدم قطعیت‌های پارامتری محدود و اغتشاشات خارجی، از روش کنترل وضعیت مقاوم تطبیقی استفاده شده است. نتایج دقت نشانه‌روی و پایداری نشانه‌روی خوبی را نشان می‌دهد که هزینه این عملکرد، زمان کند مانور ماهواره است (مانور ۶۰ درجه در مدت زمان تقریباً ۶۰ ثانیه).

با توجه به دینامیک ماهواره انعطاف‌پذیر و ارتباط مختصات مودال سازه و سرعت زاویه‌ای، می‌توان استنباط نمود که برای کاهش جیت‌ر^۱ با مکانیزمی ارتعاشات سازه‌های انعطاف‌پذیر را کاهش داد. کنترل فعال و کنترل پیشخور دو راه کار رایج برای این هدف می‌باشند. در مرجع [۱۵] علاوه بر کنترل ساختار متغیر از روش کنترل فعال و مواد پیزوالکتریک به عنوان سنسور و عملگر برای توقف ارتعاشات نیز استفاده شده است. در مرجع [۱۶] از کنترل مد لغزشی فازی برای کنترل وضعیت و کنترل فعال جهت توقف ارتعاشات استفاده شده است. در مراجع [۱۷، ۱۸] نیز برای توقف ارتعاشات اجزای انعطاف‌پذیر ماهواره از کنترل فعال استفاده شده است که ارتعاشات با دامنه‌های نسبتاً بزرگ ناشی از مانورهای سریع را متوقف می‌کند.

روش کنترل فعال ماهواره برای میرا کردن نوسانات متناظر با فرکانس‌های بالای سازه‌ی انعطاف‌پذیر مؤثر بوده و برای فرکانس‌های پایین سازه، اثر بخشی خوبی ندارد. در کنترل پیشخور ماهواره، فرمان ورودی مسطح می‌گردد تا از تحریک ارتعاشات ماهواره انعطاف‌پذیر جلوگیری کند. یکی از روش‌های شکل‌دهی فرمان^۲، شکل‌دهی ورودی^۳ است. تکنیک شکل‌دهی ورودی بر این اساس است که سیگنال فرمانی تولید می‌کند که ارتعاشات به وجود آمده در اجزای انعطاف‌پذیر ماهواره را حذف می‌کند [۲]. در مرجع [۱۹]، از روش شکل‌دهی ورودی برای کاهش ارتعاشات سازه‌های انعطاف‌پذیر استفاده شده است. با اعمال این روش، فراجش در پاسخ سیستم حذف می‌شود و پاسخ سیستم در مدت زمان کمتری به مقدار حالت دائم خود می‌رسد. در مرجع [۲] از روش شکل‌دهی ورودی چند مدی برای کاهش ارتعاشات اجزای انعطاف‌پذیر استفاده شده است. برای بررسی قوام شکل دهنده‌ی ورودی در این مرجع به خطای مدل‌سازی، شبیه‌سازی با ده درصد خطا در فرکانس انجام شده است که نتایج نشان می‌دهد این روش در برابر خطا مقاوم است. به طور کلی روش شکل‌دهی ورودی دارای مزایایی نظیر ساختار ساده و محاسبات آسان می‌باشد و تنها به فرکانس و نسبت میرایی سازه انعطاف‌پذیر نیاز است و چالش‌های روش کنترل فعال را ندارد.

قانون کنترل مقاوم تطبیقی

در این بخش به منظور مقابله با عدم قطعیت‌های پارامتری در ماهواره انعطاف‌پذیر و اغتشاشات خارجی موجود، کنترل مقاوم تطبیقی ارائه می‌شود. مکانیزم کنترل بدین صورت است که ماتریس اینرسی ماهواره انعطاف‌پذیر در هر لحظه به‌روزرسانی می‌شود. توسط قانون کنترل اعمال شده، پایداری مقاوم به‌دست می‌آید. علاوه بر آن پایداری سیستم کنترل حلقه بسته را می‌توان با استفاده از تئوری پایداری لیاپانوف اثبات نمود. ساختار کلی قانون کنترل در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۲- ساختار قانون کنترل وضعیت مقاوم تطبیقی.

Fig. 2. Structure of the adaptive robust control law.

به‌منظور توصیف وضعیت ماهواره از کوآترنیون استفاده می‌شود. کوآترنیون واحد q به‌صورت (۷) و معادلات سینماتیک ماهواره انعطاف‌پذیر به‌صورت (۸) تعریف می‌شوند. $q_4 \in \mathbb{R}$ و $q_v \in \mathbb{R}^3$ به ترتیب مؤلفه‌های برداری و اسکالر مربوط به کوآترنیون واحد است [۲۲].

$$q = [q_1, q_2, q_3, q_4]^T = [q_v, q_4]^T \quad (7)$$

$$q_v^T q_v + q_4^2 = 1$$

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_v \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = 0.5 \begin{bmatrix} q_4 I_3 + q_v^\times \\ -q_v^T \end{bmatrix} \omega \quad (8)$$

در مسئله تعقیب وضعیت ماهواره، بردار خطای کوآترنیون وضعیت q_e به‌صورت (۹) تعریف می‌شود، که در آن کوآترنیون وضعیت مطلوب می‌باشد. همچنین q_d^* مزدوج مختلط q_d و عملگر ضرب کوآترنیون‌ها است.

$$q_e = q_d^* \otimes q = \begin{bmatrix} q_{ev} \\ q_{e4} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$= \begin{bmatrix} q_{d4} q_v - q_4 q_{dv} - q_{dv}^\times q_v \\ q_{d4} q_4 + q_{dv}^T q_v \end{bmatrix}$$

ω_d بردار سرعت زاویه‌ای مطلوب ماهواره تعریف می‌شود. بردار خطای سرعت زاویه‌ای با $\omega_e = \omega - \omega_d$ نشان داده می‌شود. بردار کنترل r را به‌صورت (۱۰) در نظر می‌گیریم:

$$r = \omega_e + k_1 q_{ev} \quad (10)$$

بخش $\omega^\times (J\omega + \delta^T \dot{\eta})$ در معادلات، سبب غیرخطی شدن آن‌ها می‌شود. ω^\times فرم متقارن نامتوازن ماتریس ω است.

$$\omega^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

در معادلات بخش انعطاف‌پذیر، C ماتریس $N \times N$ ضرایب میرایی و K ماتریس $N \times N$ ضرایب سختی به‌صورت (۴) می‌باشد:

$$C = \text{diag}\{2\zeta_i \omega_{ni}, i = 1, \dots, N\} \quad (4)$$

$$K = \text{diag}\{\omega_{ni}^2, i = 1, \dots, N\}$$

که N تعداد مد الاستیک در نظر گرفته شده، ω_{ni} فرکانس طبیعی و ζ_i ضریب میرایی مد i ام هستند. با توجه به اینکه در این مقاله تجهیزات توزیع‌یافته به‌کارگیری نشده، دینامیک ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر به‌صورت معادله (۵) می‌باشد.

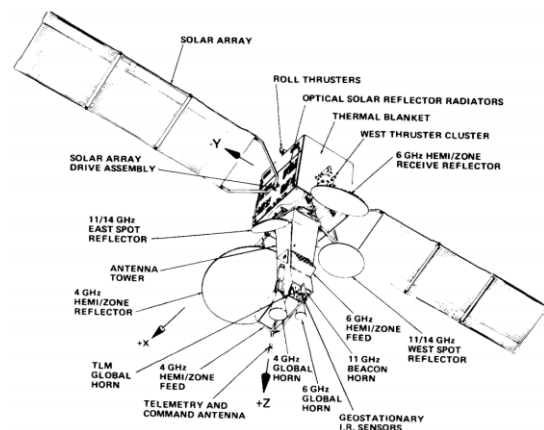
$$J\dot{\omega} + \delta^T \ddot{\eta} = -\omega^\times (J\omega + \delta^T \dot{\eta}) + u + T_d \quad (5)$$

$$\dot{\eta} + C\dot{\eta} + K\eta = -\delta\omega$$

بنابراین با توجه به روابط بالا، می‌توان به‌صورت خلاصه معادلات ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر را با در نظر گرفتن $J = J_{mb} + \delta^T \delta$ و تعریف متغیر جدید $\psi = \dot{\eta} + \delta\omega$ به‌صورت فرم فضای حالت (۶) که در شبیه‌سازی‌های عددی مورد استفاده قرار می‌گیرد، نشان داد. در این رابطه، I ماتریس همانی است.

$$\dot{\omega} = (J_{mb})^{-1} [-\omega^\times (J_{mb}\omega + \delta^T \psi)] + (J_{mb})^{-1} [\delta^T (C\psi + K\eta - C\delta\omega) + u + T_d] \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K & -C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -I \\ C \end{bmatrix} \delta\omega$$



شکل ۱- ماهواره-5 [۲۱].

Fig.1. Intelsat-5 [21].

در $\text{sign}(r) = [\text{sign}(r_1), \text{sign}(r_2), \text{sign}(r_3)]^T, i = 1, 2, 3$ نظر گرفته می‌شود. قانون تطبیق \hat{x} به صورت (۱۶) است.

$$\text{Proj}_{\hat{x}_i}(\bullet_i) = \begin{cases} \bullet_i & \text{if } \begin{cases} \hat{x}_i = x_{i\max} \text{ and } \bullet_i > 0 \\ \hat{x}_i = x_{i\min} \text{ and } \bullet_i < 0 \end{cases} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

Γ ماتریس مثبت معین است. در برخی از روش‌های کنترل مد لغزشی، معمولاً u_{s2} به صورت تابع علامت (۱۷) انتخاب می‌شود:

$$u_{s2} = -d_m \text{sign}(r) \quad (17)$$

این تابع کنترل مد لغزشی ایده‌آل منجر به نوسانات شدید بعلاوه ناپایداری در عمل به دلیل ناپوستگی در آن می‌شود. در قانون کنترل، u_{s2} باید به گونه‌ای انتخاب شود که دو شرط (۱۸) را برآورده کند:

$$\begin{cases} r^T R(d_m \text{sign}(r)) \geq 0 \\ r^T [d_m \text{sign}(r) - R(d_m \text{sign}(r))] \leq \varepsilon \end{cases} \quad (18)$$

بنابراین u_{s2} به صورت (۱۹) انتخاب می‌شود:

$$u_{s2} = \begin{cases} -\frac{d_m r}{\mu} & \|r\| \leq \mu \\ -d_m \text{sign}(r) & \|r\| > \mu \end{cases}, \mu = \frac{4\varepsilon}{d_m} \quad (19)$$

اثبات پایداری: به منظور اثبات پایداری از لم زیر استفاده می‌شود: **لم:** فرض می‌شود تابع لیاپانوف مثبت معین $V(t)$ ، رابطه $\dot{V}(t) \leq -\lambda V(t) + \beta_0$ را برآورده می‌کند که λ و β_0 ثابت‌های مثبتی هستند. آن‌گاه سیستم پایدار سراسری^۱، یکنواخت^۲ و در نهایت محدود^۳ است [۲۱].

تابع لیاپانوف پیشنهادی بدین صورت می‌باشد:

$$V = 0.5r^T J r + 0.5\tilde{x}^T J \Gamma^{-1} \tilde{x} \quad (20)$$

که $\tilde{x} = x - \hat{x}$ خطای تخمین عدم قطعیت را توصیف می‌کند که \hat{x} نتیجه می‌دهد. مطابق با (۱۴) و (۱۵)، برای V در امتداد مسیرهای^۴ سیستم می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= r^T J \dot{r} + \tilde{x}^T J \Gamma^{-1} \dot{\tilde{x}} \\ &= r^T (F x + u + d) \\ &\quad - \tilde{x}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{x}} \\ &= r^T [F x - F \tilde{x} - k_2 r \\ &\quad - R(d_m \text{sign}(r)) + d] \\ &\quad - \tilde{x}^T \Gamma^{-1} \Gamma F^T r \\ &= -k_2 r^T r + r^T F \tilde{x} - \tilde{x}^T F^T r \\ &\quad - r^T R(d_m \text{sign}(r)) + r^T d \\ &\leq -k_2 r^T r \\ &\quad - r^T R(d_m \text{sign}(r)) \\ &\quad + r^T d_m \text{sign}(r) \end{aligned} \quad (21)$$

که k_1 عددی مثبت است. با مشتق‌گیری از (۱۰) داریم:

$$\dot{r} = \dot{\omega} - \dot{\omega}_d + k_1 \dot{q}_{ev} \quad (11)$$

با ضرب کردن J در هر دو طرف (۱۱) و جای‌گذاری (۵) و (۸) داریم:

$$J \dot{r} = -\omega^\times J \omega - J \dot{\omega}_d + J k_1 \dot{q}_{ev} + u + T_d - C^T \dot{\eta} \quad (12)$$

تمام اغتشاشات را به صورت $d = T_d - C^T \dot{\eta}$ تعریف می‌کنیم. ماتریس ممان اینرسی J شامل عدم قطعیت‌هایی است. \hat{x} را به عنوان تخمینی از مقادیر $x = [J_{11}, J_{22}, J_{33}, J_{23}, J_{13}, J_{12}]^T$ تعریف می‌کنیم. عملگر $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^{3 \times 6}$ برای هر بردار $a = [a_1, a_2, a_3]^T$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L(a) = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 & a_3 & a_2 \\ 0 & a_2 & 0 & a_3 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & a_3 & a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$J a = L(a) x$$

$$F = -L(\dot{\omega}_d) - \omega^\times L(\omega) + L(k_1 \dot{q}_{ev})$$

رابطه (۱۲) را به صورت (۱۴) بازنویسی می‌کنیم:

$$J \dot{r} = F x + u + d \quad (14)$$

رابطه (۱۴)، معادله سیستم کنترل وضعیت حلقه بسته را نشان می‌دهد.

در طراحی کنترل‌کننده دو فرض زیر در نظر گرفته شده است:

فرض ۱: توسط قانون کنترل وضعیت، دامنه‌ی ارتعاشات پنل‌های خورشیدی و دامنه اغتشاشات کل $\|d\| \leq d_m$ محدود است.

فرض ۲: عدم قطعیت‌ها به گونه‌ای است که $x \in \Omega_x = \{x: x_{\min} < x < x_{\max}\}$ قرار دارد و به ترتیب باند پایین و باند بالای معلوم x است.

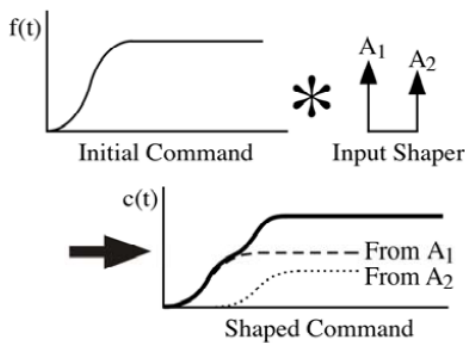
به منظور حداقل کردن تأثیر منفی عدم قطعیت‌های اینرسی و اغتشاشات خارجی بر روی پایداری سیستم، قانون کنترل به صورت (۱۵) در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{cases} u = u_a + u_{s1} + u_{s2} \\ u_a = -F \hat{x} \\ u_{s1} = -k_2 r \\ u_{s2} = -R(d_m \text{sign}(r)) \\ \hat{x} = \text{Proj}_{\hat{x}}(\Gamma F^T r) \end{cases} \quad (15)$$

که u_a ترم جبران‌سازی مدل قانون کنترل، u_{s1} ترم فیدبک پایدارساز خطی و k_2 یک بهره مثبت است. u_{s2} ترم فیدبک مقاوم غیرخطی برای به دست آوردن پایداری و عملکرد مقاوم است. همچنین

انجام مانور در هر محور بدنی دریافت شده و مسیری صاف و هموار به عنوان خروجی تولید می‌شود.

در شکل‌دهی ورودی فرمان اصلی با تابع شکل‌دهنده‌ی ورودی کانولوشن می‌شود. به منظور فهم روش شکل‌دهی ورودی برای حرکت یک سیستم انعطاف‌پذیر از ساده‌ترین فرمان ممکن که یک سیگنال ضربه^۱ می‌باشد، استفاده می‌شود. با اعمال ضربه با دامنه A_1 ، سیستم انعطاف‌پذیر شروع به نوسان می‌کند. اگر ضربه دوم با دامنه A_2 در زمان بعد اعمال شود، آن‌گاه ارتعاشات به وجود آمده با اولین ضربه حذف می‌شود. این مفهوم در شکل (۳) نشان داده شده است. به منظور حذف کامل ارتعاشات بایستی ضربه‌ی دوم در زمان مناسب و با دامنه‌ای مناسب به سیستم انعطاف‌پذیر اعمال شود [۲۳].



شکل ۳- فرآیند شکل‌دهی ورودی [۲۳].

Fig. 3. The input shaping process [23].

دامنه ضربه‌ها و زمان اعمال ضربه‌ها در شکل‌دهنده ورودی با حل کردن مجموعه‌ای از معادله‌های محدودیت^۲ تعیین می‌گردد. محدودیت‌ها به صورت محدودیت‌های ارتعاشات باقیمانده، محدودیت‌های قوام، محدودیت دامنه ضربه‌ها و ملزومات بهینگی زمانی طبقه‌بندی می‌شود. برای محدود کردن ارتعاشات باقیمانده، ابتدا بایستی عبارتی برای دامنه ارتعاشات باقیمانده از سیستم انعطاف‌پذیر استخراج شود. اگر فرض شود که سیستم انعطاف‌پذیر به صورت یک نوسان‌ساز هارمونیک مرتبه دوم مدل‌سازی شود، آن‌گاه پاسخ سیستم به اولین ضربه به صورت (۲۷) است:

$$y_0(t) = \left[\frac{A_0 \omega}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta \omega (t - t_0)} \right] \sin \left(\omega \sqrt{1 - \zeta^2} (t - t_0) \right) \quad (27)$$

که A_0 دامنه‌ی اولین ضربه و t_0 زمان اعمال اولین ضربه است. پاسخ سیستم به ازای توالی از ضربه‌ها، با استفاده از روش جمع آثار به صورت (۲۸) می‌باشد:

با در نظر گرفتن رابطه (۱۸) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -k_2 r^T r - r^T R (d_m \text{sign}(r)) \\ &\quad + r^T d_m \text{sign}(r) \\ &\leq -k_2 r^T r \\ &\quad - r^T [d_m \text{sign}(r) \\ &\quad - R (d_m \text{sign}(r))] \\ &\leq -k_2 r^T r + \varepsilon \end{aligned} \quad (22)$$

فرض می‌کنیم λ_J بزرگترین مقدار ویژه J است و $\lambda_J \geq 1$ و $\alpha = \sup(0.5 \tilde{x}^T \Gamma^{-1} \tilde{x})$ می‌باشد. آن‌گاه داریم:

$$V = 0.5 r^T J r + 0.5 \tilde{x}^T \Gamma^{-1} \tilde{x} \leq 0.5 \lambda_J r^T r + \alpha \quad (23)$$

بنابراین داریم:

$$-r^T r \leq \frac{(-2V + 2\alpha)}{\lambda_J} \quad (24)$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -k_2 r^T r + \varepsilon \leq \frac{(-2k_2 V + 2k_2 \alpha)}{\lambda_J} + \varepsilon \\ &= \frac{-2k_2 V}{\lambda_J} + \left(\frac{2k_2 \alpha}{\lambda_J} + \varepsilon \right) \end{aligned} \quad (25)$$

که ε ، λ_J و k_2 مقادیری مثبت هستند. بنابراین می‌توان (۲۵) را به صورت (۲۶) نوشت:

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda V(t) + \beta_0 \quad (26)$$

که $\lambda = \frac{2k_2}{\lambda_J}$ و $V(t) = \frac{2k_2 \alpha}{\lambda_J} + \varepsilon$ می‌باشند. بنابراین، سیستم کنترل وضعیت ماهواره انعطاف‌پذیر پایدار سراسری، یکنواخت و در نهایت محدود است.

شکل‌دهی فرمان

در این بخش، روش هدایت وضعیت و شکل‌دهی ورودی به منظور کاهش تحریک ارتعاشات در طی مانور و توقف ارتعاشات بعد از اجرای مانور ارائه می‌شود.

تغییر ناگهانی در شتاب زاویه‌ای ماهواره باعث می‌شود که نوسانات در ساختارهای انعطاف‌پذیر ماهواره تحریک گردد. لذا برای جلوگیری از تغییر ناگهانی شتاب زاویه‌ای ماهواره در طی مانور وضعیت و برآوردن ملزومات کنترلی، از روش هدایت وضعیت برای تولید مسیر وضعیتی مطلوب و مسطح کردن فرمان ورودی استفاده می‌شود. جزئیات مربوط به هدایت وضعیت و ایجاد پروفایل حرکت که در آن وضعیت اولیه و وضعیت نهایی، معلوم در نظر گرفته می‌شود، مطابق با الگوریتم طراحی مسیر وضعیتی ارائه شده در مرجع [۱۳] صورت می‌گیرد. در این الگوریتم بر اساس مد تصویب‌برداری مورد نظر، ورودی‌ها شامل اندازه و زمان‌بندی

حرکت یکسان با فرمان شکل داده نشده تولید کند، بایستی محدودیت در نظر گرفت. برای برآورده کردن محدودیت، بایستی دامنه ضربه به صورت (۳۴) باشد:

$$\sum_{i=1}^n A_i = 1 \quad (34)$$

با تساوی صفر قرار دادن رابطه (۳۳) و حل آن مقدار دامنه مناسب و زمان مناسب ضربه‌های شکل‌دهنده ورودی محاسبه می‌گردد. چندین حل برای رابطه (۳۳) وجود دارد. برای به‌دست آوردن حل زمان بهینه، زمان ضربه نهایی بایستی حداقل گردد:

$$\min(t_n) \quad (35)$$

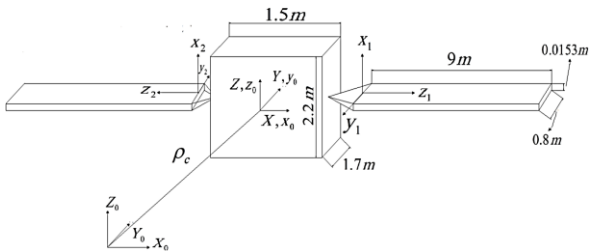
زمانی که محدودیت‌های بالا برای یک تابع با دو ضربه حل شود، شکل‌دهنده به صورت (۳۶) حاصل می‌شود.

$$[A_i] = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+K} & \frac{K}{1+K} \\ 0 & \frac{1}{\pi} \end{bmatrix}, K = e^{\left(\frac{-\zeta\pi}{\omega\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \quad (36)$$

مدت زمان شکل‌دهنده یا زمان آخرین ضربه برابر با نصف دوره تناوب ارتعاشات است.

شبیه‌سازی

به‌منظور به‌دست آوردن نتایجی که به واقعیت نزدیک باشد از پارامترها و مشخصات فیزیکی ماهواره Intelsat-5 مطابق شکل (۴) استفاده می‌شود. در این ماهواره جرم بدنه مرکزی ۱۵۰۰ kg و مدول یانگ و چگالی ساختارهای انعطاف‌پذیر به ترتیب $7 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ و 2700 kg/m^3 می‌باشد که از این پارامترها می‌توان برای محاسبه‌ی فرکانس‌های طبیعی و ضرایب میرایی استفاده نمود. همچنین در این مدل ساختارهای انعطاف‌پذیر نسبت به بدنه صلب، ثابت در نظر گرفته شده است.



شکل ۴- ابعاد سازه‌ی ماهواره Intelsat-5 [۲۴].

Fig. 4. Intelsat-5 structural dimensions [24].

جدول (۱) فرکانس‌های طبیعی و ماتریس اثر متقابل بخش‌های صلب و انعطاف‌پذیر که از طریق تحلیل مودال و توسط نرم‌افزار Nastran

$$y_T(t) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{A_i \omega}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega(t-t_i)} \right] \sin(\omega_d(t-t_i)) \quad (28)$$

$$\omega_d = \omega\sqrt{1-\zeta^2}$$

با توجه به (۲۸) یک عبارت برای دامنه‌ی ارتعاشات باقیمانده با استفاده از رابطه مثلثاتی زیر به‌دست می‌آید:

$$\sum_{i=1}^n B_i \sin(\omega t + \phi_i) = A_T \sin(\omega t + \psi) \quad (29)$$

$$A_T = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n B_i \cos(\phi_i)\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n B_i \sin(\phi_i)\right)^2}$$

که در رابطه (۲۹) ضرایب به صورت (۳۰) می‌باشد:

$$B_i = \frac{A_i \omega}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega(t-t_i)} \quad (30)$$

برای محاسبه دامنه ارتعاشات باقیمانده، رابطه (۲۸) در زمان اعمال آخرین ضربه $t = t_n$ محاسبه می‌شود. با جای‌گذاری (۳۰) در (۲۹) دامنه ارتعاشات باقیمانده به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$A_T = \frac{\omega}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{\zeta\omega t_n} \sqrt{[C(\omega, \zeta)]^2 + [S(\omega, \zeta)]^2}$$

$$C(\omega, \zeta) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\zeta\omega t_i} \cos(\omega_d t_i) \quad (31)$$

$$S(\omega, \zeta) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\zeta\omega t_i} \sin(\omega_d t_i)$$

دامنه ارتعاشات یک تابع بدون واحد است و با تقسیم کردن (۳۱) به دامنه‌ی ارتعاشات باقیمانده ناشی از یک ضربه واحد، به عنوان ورودی بیان می‌شود. درصد لرزش باقیمانده نسبت ارتعاشات با تکنیک شکل‌دهی ورودی و بدون تکنیک شکل‌دهی ورودی است. دامنه ارتعاشات باقیمانده ناشی از اعمال یک ضربه در لحظه صفر با دامنه واحد به صورت (۳۲) است:

$$A_T = \frac{\omega}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (32)$$

با تقسیم کردن (۳۱) بر (۳۲)، درصد ارتعاش به صورت (۳۳) به‌دست می‌آید:

$$V(\omega, \zeta) = \frac{A_T}{A_T} = e^{\zeta\omega t_n} \sqrt{[C(\omega, \zeta)]^2 + [S(\omega, \zeta)]^2} \quad (33)$$

توالی از ضربه‌ها که با اعمال آن جابه‌جایی انتهای پنل خورشیدی $V(\omega, \zeta)$ برابر با صفر می‌گردد، به آن شکل‌دهنده ارتعاشات صفر گفته می‌شود. برای این که فرمان شکل داده شده برای بدنه صلب سیستم

جدول ۲- پارامترهای شبیه‌سازی و شرایط اولیه.

Table 2. Simulation parameters and initial conditions.

پارامتر	مقدار
J_{mb}	$\text{diag}\{3026,440,3164\} \text{ kg.m}^2$
C	$\text{diag}\{0,0.0003,0.0027,0.0041\}$
K	$\text{diag}\{0.8795,34.5368,270.6124,414.0533\}$
$q(0)$	$[0.5,0,0,0.8660]^T$
$\omega(0)$	$[0,0,0]^T \text{ rad/s}$
K_1	0.63
K_2	1500
ε	0.1
Γ	100 I _{6x6}
d_m	2

در شکل‌های (۵) و (۶) به ترتیب زوایا و سرعت‌های زاویه‌ای مطلوب بدنه ماهواره انعطاف‌پذیر در مد تصویربرداری، مطابق با الگوریتم طراحی مسیر مرجع [۱۳] آمده است. قبل از ورود به مد تصویربرداری، ماهواره در وضعیت نشانه‌روی نذیر قرار دارد. شکل‌های (۷) تا (۹) به ترتیب زوایای اویلر بدنه ماهواره، سرعت زاویه‌ای بدنه ماهواره و گشتاور کنترلی اعمالی به بدنه ماهواره را نشان می‌دهند. همان‌طور که مشاهده می‌شود زوایای اویلر به‌صورت هموار به مقدار نهایی مطلوب همگرا می‌شود. حدود ۲۵ ثانیه طول می‌کشد تا زوایای اویلر و سرعت زاویه‌ای به مقدار نهایی مطلوب میل کنند. ۶۰ درجه دوران حول محور z در مدت زمان ۲۵ ثانیه انجام شده است که مانور سریع (نرخ دوران ۲.۴ درجه) به حساب می‌آید. برای پاسخ محور z مشاهده می‌شود که زاویه اویلر بدنه و سرعت زاویه‌ای بدنه ماهواره به ترتیب همسایگی ۰/۰۰۵ درجه و ۰/۰۰۵ درجه بر ثانیه همگرا می‌شود. همان‌طور که در شکل‌های (۷) و (۸) مشاهده می‌شود، ملزومات کنترلی شامل خطای عملکرد مطلق^۱ کمتر از ۰/۰۵ درجه است و خطای پایداری عملکرد^۲ نیز کمتر از ۰/۰۰۵ درجه بر ثانیه است. گشتاور کنترلی مورد نیاز نیز دارای جهش ناگهانی نمی‌باشد که تحقق چنین گشتاوری در عمل امکان‌پذیر می‌باشد. با توجه به سطح گشتاور مورد نیاز (حدود ۵۰ نیوتون متر در زمان انجام مانور وضعیتی)، عملگرهای موجود توانایی تولید این سطح از گشتاور کنترلی مورد نیاز را دارند.

به‌دست آمده‌اند، را نشان می‌دهد. مدهای ارتعاشی خمشی خارج صفحه در راستای محور یاو و مدهای ارتعاشی خمشی داخل صفحه در راستای محور رول قرار دارند. در این مقاله چهار مد اول فرکانسی، شامل مدهای ارتعاشی OP-1، OP-2، OP-3، و T-1 در نظر گرفته شده است.

به‌منظور بررسی قانون کنترل وضعیت مقاوم تطبیقی ارائه شده، شبیه‌سازی انجام شده به‌صورت مانور سه محوره می‌باشد. حالت اولیه وضعیت در حالت سکون در نظر گرفته می‌شود. بردار زوایای نهایی مطلوب $[20,30,60]^T$ می‌باشد. مقادیر پارامترهای کنترلی کننده مقاوم تطبیقی و شرایط اولیه در جدول (۲) مشاهده می‌شود. اغتشاشات خارجی شامل گشتاور گرادیان جاذبه‌ای، تشعشعات خورشیدی، گشتاورهای مغناطیسی و اتمسفر بوده که مطابق رابطه (۳۷) می‌باشد [۲۵].

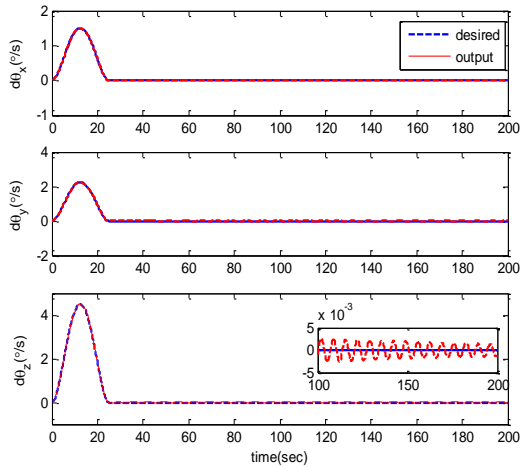
$$T_d = 10^{-4} \begin{bmatrix} -3 + 4\cos(0.0628t) \\ 4 + 3\sin(0.0628t) \\ -3 + 4\sin(0.0628t) \end{bmatrix} + 10^{-4} \begin{bmatrix} -\cos(0.1256t) \\ -2\cos(0.1256t) \\ -0.3\sin(0.1256t) \end{bmatrix} + 10^{-4} \begin{bmatrix} 2\omega_x \sin(0.11t) \\ \omega_y \cos(0.11t) \\ -2\omega_z \cos(0.11t) \end{bmatrix} \quad (37)$$

جدول ۱- فرکانس‌های طبیعی و اثر متقابل بخش‌های صلب و انعطاف‌پذیر [۲۱].

Table 1. Natural frequencies and rigid-elastic coupling matrix [21].

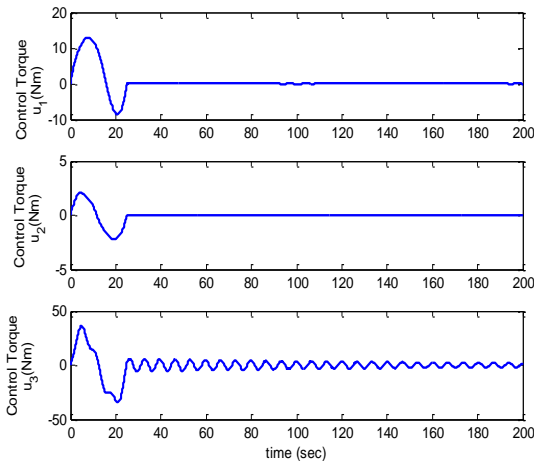
Mode description ^a	Cantilever frequency, rad/s	Coupling matrix (kg.m ²) ^{0.5}		
		Roll	Pitch	Yaw
OP-1	0.885	0	0	35.372
OP-2	6.852	0	0	4.772
OP-3	16.658	0	0	2.347
OP-4	33.326	0	0	0.548
T-1	5.534	0	2.532	0
T-2	17.668	0	0.864	0
T-3	33.805	0	0.381	0
IP-1	1.112	35.865	0	0
IP-2	36.362	2.768	0	0

^aOP = out-of-plane, T = torsion, IP = in-plane.



شکل ۸- سرعت‌های زاویه‌ای بدنه ماهواره انعطاف‌پذیر.

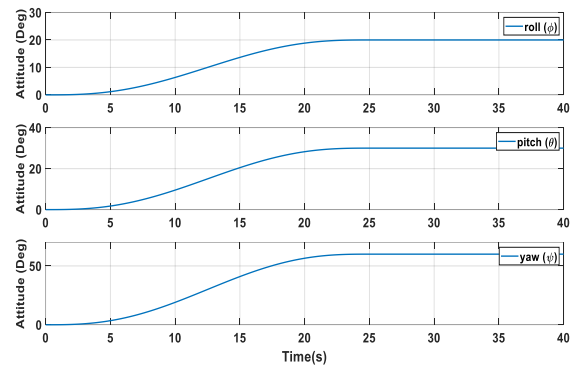
Fig. 8. Angular velocities of the flexible satellite body.



شکل ۹- گشتاورهای کنترلی اعمالی به ماهواره انعطاف‌پذیر.

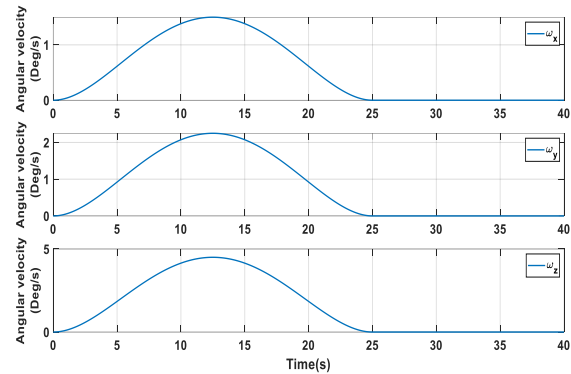
Fig. 9. Profile of control torques.

به‌منظور بررسی قوام سیستم کنترل مقاوم تطبیقی و در نظر گرفتن یک شرایط واقعی و سخت‌گیرانه و امکان‌سنجی مأموریت تصویربرداری، عدم‌قطعیت به سیستم وارد می‌شود. بدین‌منظور ۲۰ درصد عدم‌قطعیت به ماتریس ممان اینرسی ماهواره انعطاف‌پذیر اعمال می‌شود و شبیه‌سازی با شرایط قبل انجام می‌شود. این عدم‌قطعیت به‌صورت یک ضریب ثابت در ماتریس ممان اینرسی، هنگام شبیه‌سازی اعمال می‌شود و ضرایب کنترل‌کننده تغییری پیدا نمی‌کند. شکل (۱۰) زوایای اوایلر بدنه ماهواره را به ازای $J \rightarrow 1.2J$ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در این حالت نیز سیستم کنترل وضعیت دارای عملکرد خوبی می‌باشد و نسبت به ۲۰ درصد عدم‌قطعیت در پارامترهای ماتریس ممان اینرسی ماهواره مقاوم می‌باشد.



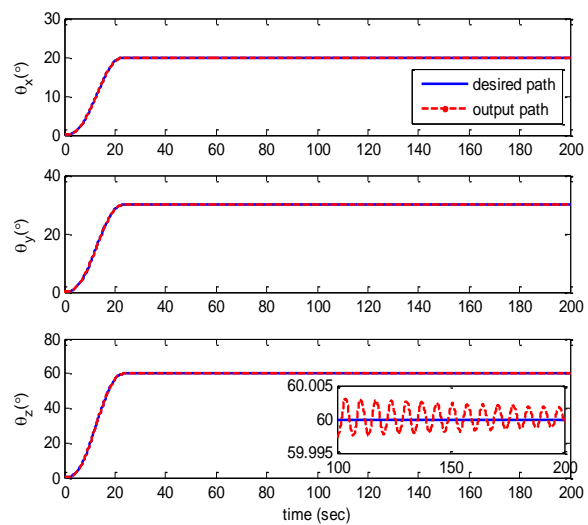
شکل ۵- زوایای اوایلر مطلوب بدنه ماهواره انعطاف‌پذیر.

Fig. 1. Desired Euler angles of the flexible satellite body.



شکل ۶- سرعت‌های زاویه‌ای مطلوب بدنه ماهواره انعطاف‌پذیر.

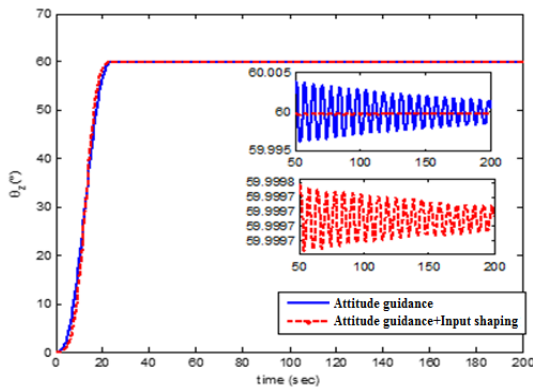
Fig. 6. Desired angular velocities of the flexible satellite body.



شکل ۷- زوایای اوایلر بدنه ماهواره انعطاف‌پذیر.

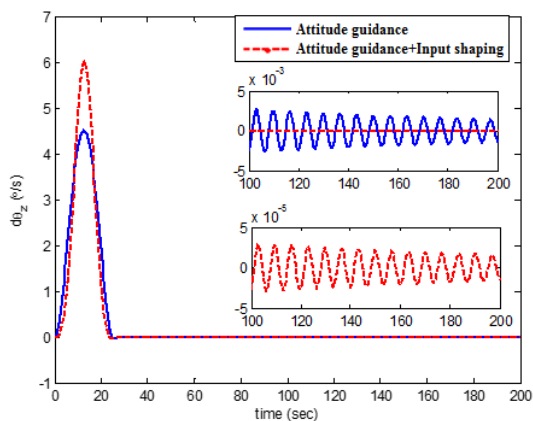
Fig. 7. Euler angles of the flexible satellite body.

شکل (۱۳) گشتاور کنترلی اعمالی به ماهواره را نشان می‌دهد. در صورت استفاده از تکنیک شکل‌دهی ورودی و زیاد شدن شیب منحنی ورودی مطلوب، نیاز به گشتاور حداکثر بیشتری جهت اجرای مانور در مدت زمان ۲۵ ثانیه می‌باشد. در صورتی که تنها هدایت وضعیت انجام می‌شود ماکزیمم گشتاور کنترلی مورد نیاز برای اجرای مانور حدود ۳۷ نیوتن متر است در حالی که از روش شکل‌دهی ورودی استفاده گردد به ماکزیمم گشتاور حدود ۵۰ نیوتن متر نیاز است. به‌منظور مقایسه عملکرد کنترل برای زوایای اویلر بدنه ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر، معیارهای زمان نشست^۱ و فراجشش^۲ در جدول (۳) فهرست شده‌اند که شاهد بهبود پاسخ برای کنترل ارائه شده در مقایسه با مرجع [۱۴] می‌باشیم.



شکل ۱۱- وضعیت بدنه ماهواره انعطاف‌پذیر با استفاده از روش شکل‌دهی فرمان ورودی.

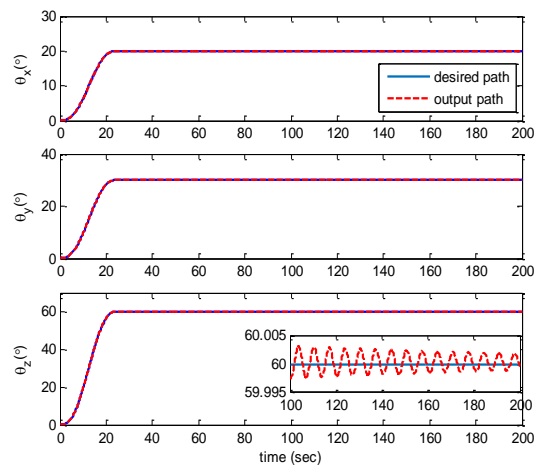
Fig. 11. Flexible satellite body attitude using input command shaping method.



شکل ۱۲- سرعت زاویه‌ای بدنه ماهواره انعطاف‌پذیر با استفاده از روش شکل‌دهی فرمان ورودی.

Fig. 12. Flexible satellite body angular velocity using input command shaping method.

در ادامه روش شکل‌دهی فرمان ورودی بر سیستم کنترل وضعیت ماهواره انعطاف‌پذیر بررسی می‌گردد. در صورتی که مانور حول محور Z انجام گردد بیشترین ارتعاشات در پنل خورشیدی به‌وجود می‌آید. لذا به‌منظور بررسی عملکرد تکنیک شکل‌دهی ورودی، تنها مانور حول محور Z بررسی می‌شود. با کانولوشن کردن سیگنال مطلوب وضعیت ماهواره و شکل‌دهنده ورودی، زمان اجرای مانور وضعیت از ۲۵ ثانیه افزایش می‌یابد. لذا برای حصول به‌نرخ دوران ۲/۴ درجه بر ثانیه (اجرای مانور ۶۰ درجه‌ای در طی ۲۵ ثانیه)، زمان اجرای فرمان مطلوب اولیه را می‌بایست کاهش داد تا با کانولوشن کردن آن با شکل‌دهنده ورودی، زمان مانور ۲۵ ثانیه گردد.



شکل ۱۰- زوایای اویلر بدنه ماهواره انعطاف‌پذیر ($J \rightarrow 1.2J$).

Fig. 10. Euler angles of the flexible satellite body ($J \rightarrow 1.2J$).

شکل (۱۱) مسیر مانور ماهواره انعطاف‌پذیر حول محور Z را در دو حالت با استفاده از تکنیک شکل‌دهی ورودی و بدون استفاده از تکنیک شکل‌دهی ورودی (تنها هدایت وضعیت) را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود روش شکل‌دهی ورودی ملزومات کنترلی را به‌خوبی برآورده می‌کند. دامنه تغییرات زاویه‌ای در حالی که تنها هدایت وضعیت انجام شده است کمتر از 5×10^{-3} درجه است در حالی که از شکل‌دهنده استفاده گردد دامنه تغییرات زاویه‌ای کمتر از 3×10^{-4} درجه است. در این حالت، خطای عملکرد مطلق به 3×10^{-4} درجه کاهش می‌یابد که نشان‌دهنده برآورده کردن ملزومات خطای نشانه‌روی و خطای پایداری عملکرد است. شکل (۱۲) سرعت زاویه‌ای ماهواره را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود دامنه تغییرات سرعت زاویه‌ای ماهواره در صورتی که از روش شکل‌دهی ورودی استفاده نشود کمتر از 5×10^{-3} درجه می‌باشد و در صورتی که روش شکل‌دهی ورودی استفاده شود دامنه تغییرات سرعت زاویه‌ای ماهواره کمتر از 5×10^{-5} درجه می‌باشد که بیانگر عملکرد خوب روش شکل‌دهی ورودی است.

ماهواره شروع به نوسان کند. نوسانات به وجود آمده در اجزای انعطاف‌پذیر ماهواره باعث می‌شود که کیفیت تصاویر گرفته شده از سطح زمین توسط ماهواره کاهش یابد.

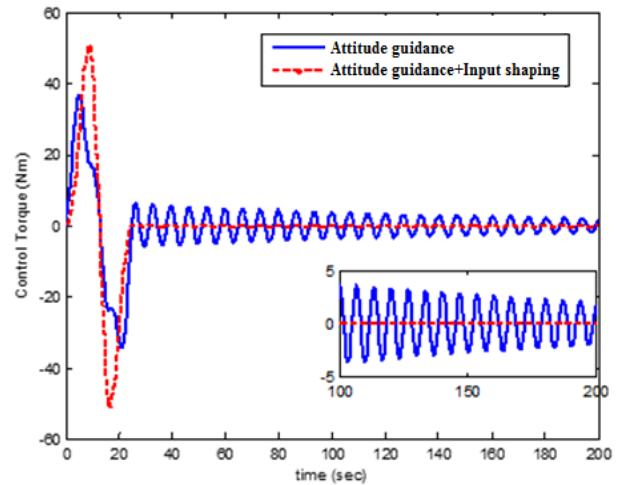
در این مقاله، ابتدا کارآیی روش کنترل مقاوم تطبیقی بررسی شد. به منظور بررسی عملکرد قانون کنترل وضعیت مقاوم تطبیقی، مأموریت سنجش از دور ماهواره‌ی انعطاف‌پذیر با یک مانور سه محوره با زاویه‌های بزرگ انجام شد. نتایج نشان می‌دهد که زوایای اولیه بدنه و سرعت زاویه‌ای بدنه به همسایگی $0/005$ درجه و $0/005$ درجه بر ثانیه همگرا می‌گردد و دقت نشان‌دهی و پایداری خوبی به دست می‌آید. به منظور بررسی قوام سیستم کنترل با 20 درصد عدم قطعیت انجام شد. نتایج بیانگر قوام مطلوب سیستم کنترل وضعیت می‌باشد. در ادامه کنترل وضعیت مقاوم تطبیقی همراه با روش شکل‌دهی ورودی بررسی شد. نتایج بیانگر آن است که روش مسطح کردن فرمان ورودی باعث می‌شود که ارتعاشات کمتری در طی مانور تحریک گردد و روش شکل‌دهی ورودی، نوسانات باقیمانده در آرایه‌های خورشیدی بعد از اجرای مانور را به خوبی میرا می‌کند و دقت نشان‌دهی و پایداری ماهواره را نیز بهبود می‌دهد.

تعارض منافع

این اثر تحت حمایت مادی بنیاد ملی علم ایران (INSF) برگرفته شده از طرح شماره «۴۰۳۱۵۳۱» انجام شده است.

مراجع

- [1] L. Mazzini, *Springer Aerospace Technology Flexible Spacecraft Dynamics, Control and Guidance*, Springer Cham, 2016, <https://doi.org/10.1007/978-3-319-25540-8>.
- [2] P. Gasbarri, R. Monti, and M. Sabatini, "Very large space structures: Non-linear control and robustness to structural uncertainties," *Acta Astronautica*, vol. 93, pp. 252–265, 2014, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2013.07.022>.
- [3] A. Ebrahimi, S. A. A. Moosavian, and M. Mirshams, "Minimum-time optimal control of flexible spacecraft for rotational maneuvering," in *International Conference on Control Applications*, Taipei, Taiwan, 2004, pp. 961–966, <https://doi.org/10.1109/CCA.2004.1387494>.
- [4] M. R. Dehghan Nayeri, A. Alasty, and K. Daneshjou, "Neural optimal control of flexible spacecraft slew maneuver," *Acta Astronautica*, vol. 55, no. 10, pp. 817–827, 2004, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2004.04.002>.
- [5] U. Javaid, Z. Zhen, S. Shahid, D. S. Ibrahim, and S.



شکل ۱۳- گشتاور کنترلی اعمالی به ماهواره انعطاف‌پذیر با استفاده از روش شکل‌دهی فرمان ورودی.

Fig. 13. Profile of control torque using input command shaping method.

جدول ۳- مقایسه عملکرد کنترل.

Table 3. Comparison of control performance.

Control method	Settling time (s)	Overshoot (deg)
Attitude guidance [14]	24.72	0.0286
Attitude guidance + Input shaping	24.25	0.0194

نتیجه‌گیری

قابلیت‌های ماهواره‌های سنجش از راه دور تجاری مدرن، ظرفیت جمع‌آوری عکس‌های زیاد، گرفتن تصاویر با رزولوشن بالا، دقت بالا و عرض تصویربرداری زیاد می‌باشد. به منظور فراهم نمودن این قابلیت‌ها، نیاز به توان الکتریکی می‌باشد. به منظور تامین توان الکتریکی، آرایه‌های خورشیدی بازشونده به ماهواره‌ها افزوده می‌شود. آرایه‌های خورشیدی بازشونده دارای طول و عرض بزرگ و ضخامت کم می‌باشند که این موضوع سبب انعطاف‌پذیری آرایه‌های خورشیدی می‌شود. انعطاف‌پذیری آرایه‌های خورشیدی، سیستم کنترل وضعیت ماهواره را با چالش‌های فراوانی روبرو می‌کند. از طرف دیگر، در ماهواره‌های سنجش از راه دور، با توجه به الزاماتی که برای مأموریت‌شان تعریف شده است به مانورهای سریع وضعیت نیاز است. مانور سریع وضعیت ماهواره باعث می‌گردد که آرایه‌های خورشیدی

- Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, Guilin, China, 2016, pp. 2376–2381, <https://doi.org/10.1109/WCICA.2016.7578603>.
- [15] Q. Hu and G. Ma, "Variable structure control and active vibration suppression of flexible spacecraft during attitude maneuver," *Aerospace Science and Technology*, vol. 9, no. 4, pp. 307–317, 2005, <https://doi.org/10.1016/j.ast.2005.02.001>.
- [16] L. Zhu, W. Song, and Q. Hu, "Active vibration suppression and attitude maneuvers of flexible spacecraft via fuzzy sliding control," in *Chinese Control and Decision Conference*, Yantai, China, 2008, pp. 3665–3669, <https://doi.org/10.1109/CCDC.2008.4598014>.
- [17] I. M. da Fonseca, D. A. Rade, L. C. S. Goes, and T. de Paula Sales, "Attitude and vibration control of a satellite containing flexible solar arrays by using reaction wheels, and piezoelectric transducers as sensors and actuators," *Acta Astronautica*, vol. 139, pp. 357–366, 2017, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2017.07.018>.
- [18] E. Wang, S. Wu, Y. Liu, Z. Wu, and X. Liu, "Distributed vibration control of a large solar power satellite," *Astrodynamics*, vol. 3, no. 2, pp. 189–203, 2019, <https://doi.org/10.1007/s42064-018-0046-5>.
- [19] Z. Hou, Y. Geng, and S. Huang, "Minimum residual vibrations for flexible satellites with frequency uncertainty," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 54, no. 2, pp. 1029–1038, 2018, <https://doi.org/10.1109/TAES.2017.2773321>.
- [20] X. Cao, C. Yue, and M. Liu, "Flexible satellite attitude maneuver via constrained torque distribution and active vibration suppression," *Aerospace Science and Technology*, vol. 67, pp. 387–397, 2017, <https://doi.org/10.1016/j.ast.2017.04.014>.
- [21] B. Wie and C. T. Plescia, "Attitude stabilization of flexible spacecraft during stationkeeping maneuvers," *Journals of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 7, no. 4, pp. 430–436, 1984, <https://doi.org/10.2514/3.19874>.
- [22] M. Zarourati, M. Mirshams, and M. Tayefi, "Designing an adaptive robust observer for underactuation fault diagnosis of a remote sensing satellite," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 37, no. 11, pp. 2812–2834, 2023, <https://doi.org/10.1002/acs.3661>.
- [23] H. Li, M. D. Le, Z. M. Gong, and W. Lin, "Motion profile design to reduce residual vibration of high-speed positioning stages," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 14, no. 2, pp. 264–269, 2009, <https://doi.org/10.1109/TMECH.2008.2012160>.
- [24] M. Tahmasebi and S. M. Esmailzadeh, "Modeling and co-simulating of a large flexible satellites with three reaction wheels in ADAMS and MATLAB," *International Journal of Dynamics and Control*, Ijaz, "Output feedback attitude control of flexible spacecraft under actuator misalignment and input nonlinearities," *Journal of Vibration and Control*, vol. 30, no. 7–8, pp. 1783–1801, 2024, <https://doi.org/10.1177/10775463231171386>.
- [6] R. Q. Dong, X. Dong, A. G. Wu, and Y. Zhang, "Dynamic sliding mode attitude tracking control for flexible spacecraft," in *28th International Symposium on Industrial Electronics*, Vancouver, BC, Canada, 2019, pp. 509–514, <https://doi.org/10.1109/ISIE.2019.8781505>.
- [7] A. Li, M. Liu, and Y. Shi, "Adaptive sliding mode attitude tracking control for flexible spacecraft systems based on the Takagi-Sugeno fuzzy modelling method," *Acta Astronautica*, vol. 175, pp. 570–581, 2020, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.05.041>.
- [8] Z. Hou and X. Lan, "Adaptive sliding mode and RBF neural network based fault tolerant attitude control for spacecraft with unknown uncertainties and disturbances," *Advances in Space Research*, vol. 74, no. 4, pp. 1680–1692, 2024, <https://doi.org/10.1016/j.asr.2024.05.021>.
- [9] S. Wu, W. Chu, X. Ma, G. Radice, and Z. Wu, "Multi-objective integrated robust H_∞ control for attitude tracking of a flexible spacecraft," *Acta Astronautica*, vol. 151, pp. 80–87, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.05.062>.
- [10] Y. Yu, X. Meng, K. Li, and F. Xiong, "Robust control of flexible spacecraft during large-angle attitude maneuver," *Journals of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 37, no. 3, pp. 1027–1033, 2014, <https://doi.org/10.2514/1.61421>.
- [11] Z. Ni, J. Liu, S. Wu, and Z. Wu, "Time-varying state-space model identification of an on-orbit rigid-flexible coupling spacecraft using an improved predictor-based recursive subspace algorithm," *Acta Astronautica*, vol. 163, Part. B, pp. 157–167, 2019, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.11.008>.
- [12] S. Shen and Q. Sun, "Characteristic model-based fast attitude maneuver for the complex flexible satellite," in *AIAA SPACE 2015 Conference and Exposition*, Pasadena, California, 2015, <https://doi.org/10.2514/6.2015-4508>.
- [13] M. Zarourati, M. Mirshams, and M. Tayefi, "Attitude path design and adaptive robust tracking control of a remote sensing satellite in various imaging modes," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, vol. 237, no. 9, pp. 2166–2184, 2023, <https://doi.org/10.1177/09544100221148887>.
- [14] L. Wang, Y. Guo, W. Yao, and Q. Chen, "Adaptive robust attitude control for flexible spacecraft with control moment gyroscopes," in *12th World*

constraints," *Advanced Control for Applications*,
vol. 6, no. 3, 2024, Art. no. e215,
<https://doi.org/10.1002/adc2.215>.

vol. 6, no. 1, pp. 79–88, 2018,
<https://doi.org/10.1007/s40435-016-0300-8>.

[25] M. Zarourati, M. Mirshams, and M. Tayefi, "Active underactuation fault-tolerant backstepping attitude tracking control of a satellite with interval error